

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА



КУРС ФІЗИКИ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2018

УДК 530.1(075.8)
К93

Автори:

Орел Євгеній Станіславович, кандидат фізико-математичних наук,
доцент;

Безуглий Анатолій Васильович, кандидат фізико-математичних наук,
доцент;

Петченко Олександр Матвійович, доктор фізико-математичних наук,
професор;

Назаренко Євгеній Іванович, кандидат фізико-математичних наук,
доцент

Рецензенти:

Козар А. І., доктор фізико-математичних наук, професор кафедри фізики
Харківського національного університету радіоелектроніки;

Пойда В. П., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач
кафедри експериментальної фізики Харківського національного університету
імені В. Н. Каразіна

*Рекомендовано на засіданні Вченої ради Харківського національного
університету міського господарства імені О. М. Бекетова,
протокол № 11 від 31 березня 2017 р.*

Курс фізики : навч. посібник / [Є. С. Орел, А. В. Безуглий,
К93 О. М. Петченко, Є. І. Назаренко] ; Харків. нац. ун-т міськ.
госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова,
2018. – 191 с.

Навчальний посібник містить найважливіші закони й формули з дев'яти розділів фізики. Головну увагу привернуто до роз'яснювання фізичних законів і їх свідомого застосування. Кожний розділ містить контрольні питання для самоперевірки. Посібник доповнено математичними додатками й таблицями фізичних величин, констант тощо, які можуть бути корисними під час самостійної роботи студентів у позааудиторний час.

Цей посібник складено з метою допомоги студентам інженерних спеціальностей Університету з дисциплін «Фізика» та «Загальна фізика» (для студентів 1 курсу денної, заочної і дистанційної форм навчання підготовки бакалаврів за всіма спеціальностями) у процесі підготовки до занять, заліків та іспитів із курсу фізики.

УДК 530.1(075.8)

© Є. С. Орел, А. В. Безуглий,
О. М. Петченко, Є. І. Назаренко, 2018
© ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018

ЗМІСТ

ВСТУП.....	7
1 КЛАСИЧНА МЕХАНІКА ПОСТУПАЛЬНОГО Й ОБЕРТАЛЬНОГО РУХІВ .	8
1.1 Кінематика матеріальної точки	8
1.1.1 Перетворення Галілея.....	11
1.1.2 Рівноприскорений рух.....	12
1.2 Динаміка матеріальної точки.....	15
1.3 Закони Ньютона. Імпульс тіла	16
1.4 Робота сили. Кінетична та потенціальна енергії	18
1.5 Кінематика обертального руху	22
1.6 Динаміка обертального руху	25
1.6.1 Основне рівняння динаміки обертального руху	28
1.6.2 Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу	30
1.7 Умови рівноваги механічної системи	31
1.8 Сили в природі.....	33
1.8.1 Закон всесвітнього тяжіння. Рух тіл під дією сили тяжіння.	33
1.8.2 Вага і невагомість	34
1.8.3 Сила пружності. Закон Гука	35
1.8.4 Сила тертя	37
Контрольні питання для самоперевірки.....	39
2 РЕЛЯТИВІСТСЬКА МЕХАНІКА	40
2.1 Елементи спеціальної теорії відносності	40
2.2 Наслідки перетворень Лоренца	41
2.2.1 Сповільнення часу.....	42
2.2.2 Релятивістське скорочення довжини.....	42
2.2.3 Відносність одночасності подій	43
2.3 Інтервал	43
2.4 Релятивістський закон додавання швидкостей.....	44
2.5 Зв'язок між енергією та масою.....	45
Контрольні питання для самоперевірки.....	48
3 МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ	49
3.1 Загальні ознаки коливального руху.....	49
3.2 Гармонічні коливання	49
3.3 Додавання гармонічних коливань однакового напрямку	53

3.4 Математичний і фізичний маятники	55
3.5 Енергія гармонічного коливання	59
Контрольні питання для самоперевірки.....	61
4.1 Молекулярно-кінетична теорія (далі –МКТ). Головні положення МКТ ..	62
4.2 Основне рівняння МКТ, температура, закон Дальтона.....	63
4.3 Рівняння стану ідеального газу.....	65
4.4 Ізопроцеси.....	66
4.4.1 Ізотермічний процес	66
4.4.2 Ізохорний процес	67
4.4.3 Ізобарний процес	68
4.4.4 Адіабатичний процес.....	68
4.5 Рівняння Ван-дер-Ваальса стану реального газу.....	69
4.6 Випаровування, конденсація, кипіння. Насичена і ненасичена пара	69
4.7 Властивості рідин. Поверхневий натяг	70
4.8 Термодинаміка. Внутрішня енергія.....	73
4.9 Кількість теплоти. Перший закон термодинаміки.....	74
4.10 Теплоємність ідеального газу	76
4.11 Теплові двигуни. Термодинамічні цикли. Цикл Карно.....	77
4.12 Необоротність теплових процесів. Другий закон термодинаміки.....	78
Контрольні питання для самоперевірки.....	80
5 ЕЛЕКТРОСТАТИКА	81
5.1 Електростатика. Електричний заряд. Взаємодія зарядів. Закон Кулона ...	81
5.2 Напруженість електричного поля. Теорема Гауса-Остроградського	82
5.3 Робота в електричному полі. Потенціал	86
5.4 Провідники й діелектрики в електричному полі	89
5.5 Електроємність. Конденсатори. З'єднання конденсаторів	92
5.6 Енергія електричного поля	95
Контрольні питання для самоперевірки.....	96
6 ЕЛЕКТРОДИНАМІКА	97
6.1 Електрорушійна сила. Падіння напруги	97
6.2 Закон Ома для ділянки кола.....	98
6.3 Послідовне і паралельне з'єднання провідників	99
6.4 Закон Ома в диференціальній формі.....	100
6.5 Закон Джоуля-Ленца	101

6.6 Потужність електричного струму	103
6.7 Правила Кірхгофа.....	103
6.8 Електричний струм у металах. Основи класичної теорії металів.....	105
6.8.1 Теорія Друде-Лоренца.....	105
6.9 Закон Ома з точки зору класичної електронної теорії	107
6.10 Закон Джоуля-Ленца з точки зору класичної електронної теорії.....	108
6.11 Труднощі класичної теорії металів.....	109
6.12 Магнітне поле в вакуумі	110
6.13 Магнітне поле в речовині.....	111
6.14 Намагнічування магнетиків	112
6.15 Явище електромагнітної індукції	114
6.16 Самоіндукція.....	116
6.17 Закон Біо-Савара-Лапласа.....	117
6.18 Сила Лоренца.....	118
6.19 Рух заряджених частинок у магнітному полі.....	119
6.20 Рух заряджених частинок в електричному полі	122
Контрольні питання для самоперевірки.....	124
7 ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ.....	125
7.1 Електричний коливальний контур	125
7.2 Електричні коливання	128
7.2.1 Електричні згасні коливання	128
7.2.2 Електричні вимушені коливання	130
7.2.3 Електричний резонанс.....	132
7.3 Змінний електричний струм	134
7.3.1 Резистор у колі змінного струму	135
7.3.2 Конденсатор у колі змінного струму.....	136
7.3.3 Котушка індуктивності в колі змінного струму	136
7.4 Електромагнітні хвилі. Рівняння електромагнітної хвилі.....	137
7.5 Випромінювання диполя.....	141
7.6 Хвильова оптика.....	142
7.6.1 Інтерференція.....	142
7.6.2 Дифракція	143
7.6.3 Поляризація.....	144
Контрольні питання для самоперевірки.....	146

8 АТОМНА ФІЗИКА	147
8.1 Закони теплового випромінювання	147
8.2 Фотоефект. Рівняння Ейнштейна для фотоефекту	149
8.3 Фізика атома. Дослід Резерфорда. Квантові постулати Бора	151
8.4 Склад атомних ядер. Енергія зв'язку ядра. Ядерні реакції	155
Контрольні питання для самоперевірки.....	157
9 ОСНОВИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ.....	159
9.1 Гіпотеза де-Бройля	159
9.2 Квантово-механічний опис руху мікрочастинок	160
9.3 Атом водню.....	162
9.4 Багатоелектронні атоми	164
9.5 Спін електрона.....	165
9.6 Розподіл електронів в атомі за енергетичними рівнями	166
Контрольні питання для самоперевірки.....	169
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	170
ДОДАТКИ	172
Додаток А	172
Додаток Б.....	177
Додаток В.....	184
Додаток Г	186

ВСТУП

Навчальний посібник створено на основі лекцій, які протягом багатьох років використовуються викладачами кафедри фізики безпосередньо в навчальному процесі. Головну увагу приділено з'ясуванню фізичного змісту й змісту найважливіших законів і понять фізики, розвитку у студентів навичок фізичного мислення та вміння ставити й розв'язувати певні завдання.

Останнім часом у наслідок введення нових дисциплін час вивчення курсу фізики значно скорочено. Однак програма з фізики залишилась незмінною. Це потребує нових підходів до викладання фізики та нових підручників, які б враховували значно скорочені обсяги часу на вивчення фізики. Тому виникла потреба створення посібника, який відповідає об'єму викладання фізики в Університеті, а підручники використовувати для глибшого вивчення фізики під час самостійної роботи студентів.

Мета цього навчального посібника — надати допомогу студентам інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів у вивченні курсу фізики.

1 КЛАСИЧНА МЕХАНІКА ПОСТУПАЛЬНОГО Й ОБЕРТАЛЬНОГО РУХІВ

1.1 Кінематика матеріальної точки

Фізика вивчає найзагальніші властивості матерії і форми її руху. Весь навколишній світ, який ми сприймаємо за допомогою відчуттів, є матерією.

Нам відомі два різновиди матерії – речовина (атоми, молекули й інші частинки, а також тіла, що складаються з них) і поле (електромагнітне, гравітаційне, ядерне). Вони знаходяться в нерозривному зв'язку і, як доводять досліди, здатні перетворюватися один на одного.

Рухом у фізиці називають будь-які зміни, що відбувається з матерією. Спостережувані в дослідах зміни перетворення матерії свідчать про те, що рух є невід'ємною властивістю самої матерії, способом її існування.

Основою фізики, як і будь-якої іншої природничої науки, є закономірності, встановлені внаслідок узагальнення дослідних даних і які відбивають взаємозв'язок явищ. Такі, наприклад, як закон збереження і перетворення енергії, закони Ньютона в механіці, закон Кулона в електростатиці.

Курс загальної фізики поділяється на такі дисципліни: механіка, молекулярна фізика і термодинаміка, електрика і магнетизм, коливання і хвилі, оптика, атомна та ядерна фізика.

Будь-яке фізичне явище або процес у матеріальному світі, є закономірною низкою змін, що відбуваються в часі та просторі. **Механічний рух** – зміна положення тіла відносно інших тіл – є прикладом фізичного процесу. Механічний рух тіл вивчається в розділі фізики, який називається **механікою**. **Головне завдання механіки** – визначити положення тіла у будь-який момент часу.

Одна з головних частин механіки, яка називається **кінематикою**, розглядає рух тіл без з'ясування причин цього руху. Кінематика відповідає на питання: як рухається тіло? Іншою важливою частиною механіки є **динаміка**, яка розглядає дію одних тіл на інші як причину руху. Динаміка відповідає на питання: чому тіло рухається саме так, а не інакше?

У механіці Ньютона рух тіл розглядається при швидкостях, багато менших за швидкості світла в вакуумі.

У релятивістській механіці рух тіл розглядається при швидкостях, близьких до швидкості світла. Класична механіка Ньютона є граничним випадком релятивістської за умови $v \ll c$.

Кінематика – це розділ механіки, в якому рух тіл розглядається без вивчення причин, що його викликають.

Механічний рух відносний: рух того самого ж тіла відносно різних тіл є різним. Зазвичай, під час опису руху тіла вказують систему відліку стосовно якої розглядається рух. Система відліку складається з системи просторових координат, тіла відліку й годинника (або секундоміра).

У деяких випадках розмірами тіла можна знехтувати. Тоді тіло називається матеріальною точкою.

Траєкторія – це крива лінія, яку описує матеріальна точка у тривимірному просторі.

Закон руху – це такі три функції часу:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t),$$

які визначають положення матеріальної точки в просторі у будь-який момент часу. Ці три функції можна уявляти як компоненти однієї векторної функції:

$$\vec{r} = \vec{r}(t),$$

яка називається радіус-вектором матеріальної точки. Радіус-вектор – це вектор у тривимірному просторі, який розпочинається на початку координат і закінчується на матеріальній точці (рис. 1.1).

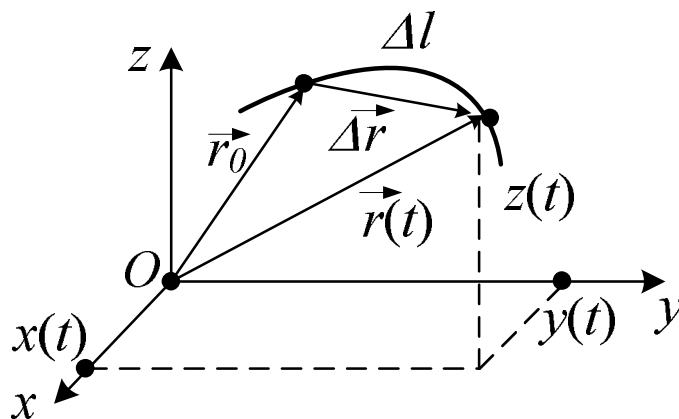


Рисунок 1.1

Переміщення тіла – це вектор

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t) - \vec{r}_0,$$

який розпочинається у початковій точці траєкторії і закінчується у кінцевій. Важливо зазначити, що переміщення є векторною величиною.

Шлях s дорівнює довжині траєкторії, яку проходить тіло. Шлях – це скалярна величина.

Середня швидкість – це відношення переміщення $\Delta \vec{r}$ до часу Δt , за який відбулося це переміщення:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Миттєва швидкість – це границя відношення переміщення $\Delta \vec{r}$ матеріальної точки до часу Δt , за який відбулося це переміщення:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

або, миттєва швидкість – це перша похідна радіус-вектора за часом:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Миттєва швидкість \vec{v} тіла завжди направлена вдовж дотичної до траєкторії в певній точці.

Миттєве прискорення \vec{a} – це границя відношення приросту швидкості $\Delta \vec{v}$ до малого проміжку часу Δt , упродовж якого відбувся цей приріст швидкості:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \text{або} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

У процесі руху матеріальної точки вздовж кривої у просторі миттєве прискорення розглядають як суму двох взаємно перпендикулярних компонентів – тангенціальне прискорення \vec{a}_τ і нормальне прискорення \vec{a}_n :

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Тангенціальне прискорення \vec{a}_τ вказує, наскільки швидко змінюється швидкість тіла за модулем.

Нормальне прискорення \vec{a}_n вказує, наскільки швидко швидкість тіла змінюється за напрямком.

Отже, головними фізичними величинами в кінематиці матеріальної точки є пройдений шлях s , переміщення $\Delta\vec{r}$, швидкість \vec{v} і прискорення \vec{a} . Шлях s є скалярною величиною. Переміщення $\Delta\vec{r}$, швидкість \vec{v} і прискорення \vec{a} – величини векторні.

Рух того самого ж тіла в різних системах відліку виглядає по-різному. Різними виявляються такі характеристики руху як траєкторія, переміщення, швидкість у різних системах відліку.

1.1.1 Перетворення Галілея

Перетворення Галілея – це перетворення координат і часу під час переходу від однієї інерційної системи відліку $K(x, y, z, t)$ до іншої $K'(x', y', z', t)$.

Розглянемо дві системи відліку: нехай система відліку K із декартовими координатами x і y пов'язана із Землею, а система K' із декартовими координатами x' і y' – з платформою (рис. 1.2), що рухається по рейках зі швидкістю \vec{v}_0 .

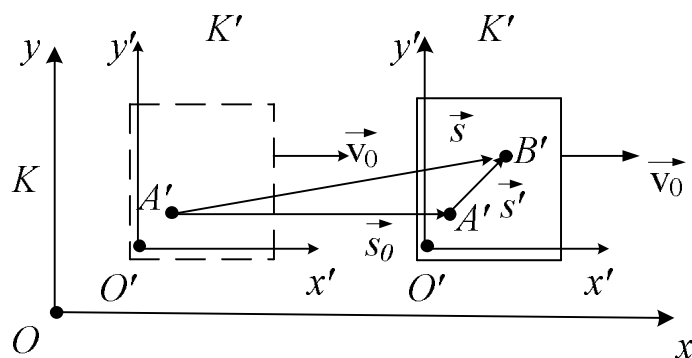


Рисунок 1.2

Нехай людина перейшла по платформі з точки A' у точку B' . Тоді \vec{s}' – переміщення людини відносно платформи; а \vec{s}_0 – переміщення платформи

відносно Землі; \vec{s} – переміщення людини відносно Землі, яке є сумою векторів \vec{s}_0 і \vec{s}' :

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{s}', \quad \vec{s} = \vec{v}_0 \Delta t + \vec{s}'.$$

Якщо переміщення \vec{s} відбулося за малий проміжок часу Δt , то, якщо розділити обидві частини цього рівняння на Δt , а потім перейти до границі при $\Delta t \rightarrow 0$, отримаємо

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}', \quad (1.1)$$

де \vec{v} – швидкість тіла в «нерухомій» системі відліку K , \vec{v}' – швидкість тіла в системі відліку K' , що «рухається». Формула (1.1) називається формула Галілея додавання швидкостей.

Якщо дві системи відліку є інерціальними й рухаються одна відносно іншої, то прискорення тіла в них однакові. Продиференціювавши (1.1) за часом t , отримаємо $\vec{a} = \vec{a}'$.

1.1.2 Рівноприскорений рух

Рівноприскорений рух – рух, при якому прискорення \vec{a} залишається незмінним за модулем та напрямком. Прикладом рівноприскореного руху є балістичний рух – рух тіла, кинутого під кутом до горизонту. У будь-якій точці траєкторії прискорення тіла дорівнює прискоренню вільного падіння \vec{g} . Балістичний рух можна представити як суму двох рухів – прямолінійного рівноприскореного руху вздовж осі Oy і рівномірного прямолінійного вздовж осі Ox (рис. 1.3).

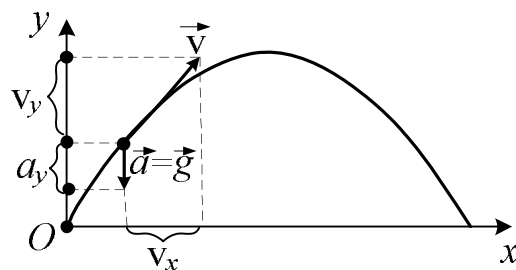


Рисунок 1.3

Прямолінійний рівноприскорений рух – це такий рух, під час якого матеріальна точка, рухаючись уздовж прямої, за однакові інтервали часу отримує однакову зміну модуля швидкості. У цьому разі швидкість \vec{v} і прискорення \vec{a} направлені вздовж однієї прямої. Тому швидкість v і прискорення a у проекціях на напрямок руху можна розглядати як алгебраїчні величини.

Під час прямолінійного рівноприскореного руху швидкість тіла визначається такою формулою:

$$v = v_0 + at,$$

де v_0 – початкова швидкість тіла (швидкість при $t = 0$), $a = \text{const}$ – прискорення. На графіку швидкості $v(t)$ ця залежність має вигляд прямої лінії (рис. 1.4).

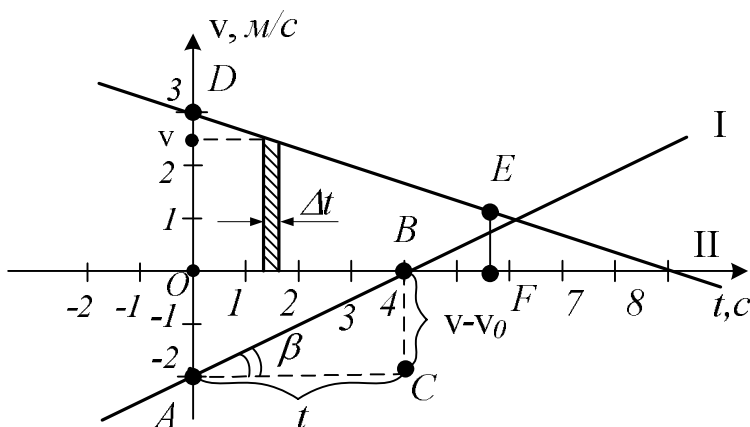


Рисунок 1.4

Прискорення a матеріальної точки дорівнює тангенсу кута нахилу графіка швидкості – прискорення дорівнює відношенню катетів прямокутного трикутника ABC :

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Зробимо обчислення для двох рухів на рисунку 1.4:

$$\begin{aligned} v_0 &= -2 \text{ м/с}, a = 1/2 \text{ м/с}^2 & (\text{для графіка I}); \\ v_0 &= 3 \text{ м/с}, a = -1/3 \text{ м/с}^2 & (\text{для графіка II}). \end{aligned}$$

За графіком швидкості можна також визначити модуль переміщення s або шлях матеріальної точки. Наприклад, для другого руху шлях дорівнює площі трапеції $ODEF$:

$$s = \frac{|OD| + |EF|}{2} |OF| = \frac{v_0 + v}{2} t = \frac{2v_0 + (v - v_0)}{2} t.$$

Оскільки $v - v_0 = at$, остаточна формула для шляху s , який проходить матеріальна точка під час прямолінійного рівноприскореного руху визначається формулою:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Для знаходження координати x тіла в будь-який момент часу t потрібно до початкової координати x_0 додати переміщення за час t :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1.2)$$

Можна визначити переміщення матеріальної точки за заданими значенням початкової v_0 і кінцевої v швидкостей і прискорення a :

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Кінцева швидкість v тіла, якщо відомі початкова швидкість v_0 , прискорення a і переміщення s :

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2as}.$$

Якщо початкова швидкість v_0 дорівнює нулю, ці формули набувають такого вигляду:

$$s = \frac{v^2}{2a}, \quad v = \sqrt{2as}.$$

1.2 Динаміка матеріальної точки

Якщо під час руху матеріальної точки її швидкість \vec{v} змінюється за модулем та напрямком, то тіло рухається з деяким прискоренням \vec{a} . Кінематика не вивчає причину руху тіла. **Динаміка** зі свого боку свою чергу вивчає дію одних тіл на інші – причину руху тіл.

В основі класичної механіки лежать закони Ньютона, відкриті у XVII ст. Закони Ньютона варто розглядати як узагальнення дослідних фактів, і вони виконуються, якщо швидкості тіл є значно меншими, ніж швидкість світла c у вакуумі, а розміри й маси тіл – значно більшими за розміри й маси атомів та молекул.

У різних системах відліку те саме тіло може знаходитися у стані спокою, рухатися з постійною швидкістю або рухатися із прискоренням. У класичній механіці Ньютона визначну роль відіграють так звані **інерціальні системи відліку**, які рухаються одна відносно іншої прямолінійно й рівномірно.

Якщо в інерційній системі відліку тіло змінює свою швидкість, то на нього діє сила з боку інших тіл.

Сила – векторна величина, яка є мірою дії інших тіл на певне тіло. Ця дія призводить до зміни швидкостей тіла. Сила діє вздовж прямої, яка називається лінією дії сили. Одиниця вимірювання сили в системі СІ є **ньютон** (Н):

$$1 \text{ Н} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}.$$

Якщо на матеріальну точку діють декілька сил, то їхня дія еквівалентна дії однієї сили, яку називають **рівнодіючою** (результуючою) силою та яка дорівнює геометричній сумі усіх сил, що діють на тіло.

Система тіл – сукупність тіл, які можна виокремити у певному завданні.

На систему матеріальних точок з боку зовнішніх тіл діють зовнішні сили, а між тілами всередині системи тіл – **внутрішні сили**.

Система тіл називається **замкненою**, якщо її тіла не взаємодіють із зовнішніми тілами.

У класичній механіці **масою** матеріальної точки (тіла) називається додатна скалярна величина, що є мірою інертності цієї точки.

Маса має такі властивості:

а) маса матеріальної точки не залежить від стану її руху та є її незмінною характеристикою;

б) маса – величина адитивна, тобто маса системи дорівнює сумі мас усіх матеріальних точок, що входять до складу цієї системи;

в) маса замкненої системи залишається незмінною під час будь-яких процесів (закон збереження маси).

У Міжнародній системі одиниць (СІ) маса тіла вимірюється в кілограмах (кг).

1.3 Закони Ньютона. Імпульс тіла

Перший закон Ньютона. Тіло перебуває в стані прямолінійного й рівномірного руху або спокою, якщо або поки на нього не діють інші тіла, або дії цих тіл скомпенсовані.

Властивість тіл зберігати свою швидкість за відсутності дії на нього інших тіл називається **інерцією**. Тому перший закон Ньютона називають **законом інерції**.

Другий закон Ньютона. Найважливішим законом динаміки матеріальної точки є другий закон Ньютона, який визначає, як змінюється положення матеріальної точки під дією прикладених до неї сил. Цей закон є узагальненням дослідних фактів.

Другий закон Ньютона передбачає, що прискорення, яке набуває тіло, прямо пропорційне рівнодіючій всіх сил, що діють на тіло, і обернено пропорційне масі тіла:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}.$$

Рівняння руху – це другий закон Ньютона, записаний у такому вигляді:

$$\sum_i \vec{F}_i = m \vec{a},$$

Третій закон Ньютона. Дві матеріальні точки діють одна на одну з силами, рівними за модулем і протилежними за напрямком. Ці сили направлені вздовж прямої, що проходить через ці матеріальні точки:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

Із третього закону Ньютона випливає, що в будь-якій механічній системі сума всіх внутрішніх сил дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \vec{F}_{ik} = 0 .$$

Центром інерції (центром мас) системи матеріальних точок називається точка у тривимірному просторі, радіус-вектор $\vec{r}_{ц.і.}$ якої дорівнює

$$\vec{r}_{ц.і.} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \Delta m_i \vec{r}_i ,$$

де Δm_i й \vec{r}_i – маса та радіус-вектор i -ої матеріальної точки; n – кількість усіх матеріальних точок у системі; $m = \sum_{i=1}^n \Delta m_i$ – маса всієї системи.

Швидкість центра інерції $\vec{v}_{ц.і.}$ – це перша похідна радіус-вектора центра інерції системи матеріальних точок за часом:

$$\vec{v}_{ц.і.} = \frac{d\vec{r}_{ц.і.}}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \Delta m_i \vec{v}_i .$$

Імпульсом матеріальної точки називається вектор \vec{p} , який дорівнює добутку маси m матеріальної точки на її швидкість \vec{v} :

$$\vec{p} = m \vec{v} .$$

Імпульсом системи матеріальних точок називається вектор \vec{K} , який дорівнює векторній сумі імпульсів усіх матеріальних точок системи:

$$\vec{K} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i ,$$

де \vec{p}_i – імпульс матеріальної точки з номером i , яка належить системі.

Зміна імпульсу системи матеріальних точок. Як випливає із законів Ньютона, перша похідна імпульсу \vec{K} системи матеріальних точок за часом дорівнює векторній сумі всіх зовнішніх сил, прикладених до системи:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i .$$

Якщо система матеріальних точок є замкненою, то зовнішні сили відсутності. Тоді перша похідна імпульсу \vec{K} системи матеріальних точок за часом дорівнює нулю:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = 0 .$$

Імпульс системи матеріальних точок є незмінною величиною:

$$\vec{K} = const .$$

Отже, ми прийшли до **закону збереження імпульсу** системи матеріальних точок імпульс \vec{K} замкненої системи матеріальних точок не змінюється із часом.

1.4 Робота сили. Кінетична та потенціальна енергії

Робота A , яку виконує постійна сила \vec{F} під час переміщення \vec{s} матеріальної точки вздовж відрізка прямої, дорівнює скалярному добутку векторів \vec{F} і \vec{s} (рис. 1.5):

$$A = (\vec{F}, \vec{s}) = F s \cos \alpha ,$$

де α – кут між векторами \vec{F} і \vec{s} .

Робота може бути як додатною (при $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$), так і від'ємною (при $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$), а також дорівнювати нулю (при $\alpha = 90^\circ$).

Одиницею вимірювання роботи у системі СІ є **джоуль** (Дж). Джоуль дорівнює роботі сили 1 Н із переміщення 1 м у напрямку дії сили.

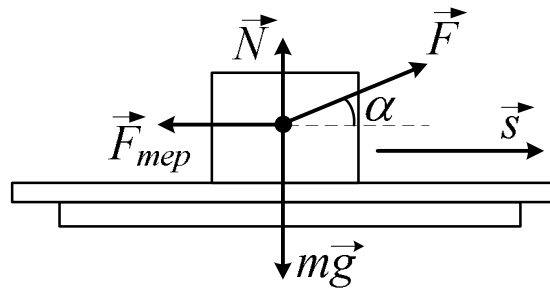


Рисунок 1.5

Якщо сила – непостійна, і матеріальна точка рухається по криволінійній траєкторії, то для обчислення роботи використовують таку процедуру. Спочатку розбивають траєкторію на N шматків, кожен з яких можна вважати прямолінійним. Нехай Δs_i – довжина шматка траєкторії з номером i . Обчислюють роботу ΔA_i для кожного шматка i , підсумувавши результати цих обчислень, отримують наближене значення роботи на всій траєкторії:

$$A \approx \sum_i \Delta A_i = \sum_i F_{si} \Delta s_i .$$

Для збільшення точності обчислень роблять розбиття траєкторії на більшу кількість шматків і виконують цю процедуру ще раз. У граничному випадку, коли $N \rightarrow \infty$, ця сума переходить в інтеграл (криволінійний інтеграл другого роду):

$$A = \int_{\ell} \vec{F} \cdot d\vec{s} ,$$

де ℓ – траєкторія, яку описує матеріальна точка.

Робота дорівнює площі криволінійної трапеції під графіком залежності проекції сили на дотичну у кожній точці траєкторії $F_s(s)$ як функції шляху s (рис. 1.6).

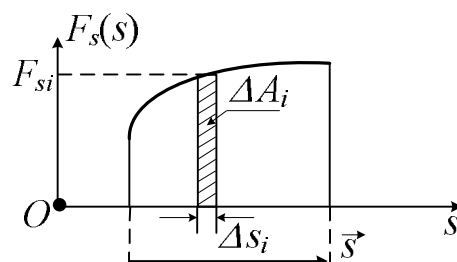


Рисунок 1.6

Потужність N – це фізична величина, яка дорівнює відношенню роботи A до часу t , протягом якого зроблена ця робота:

$$N = \frac{A}{t}.$$

У Міжнародній системі (СІ) одиницею потужності є **ват (Вт)**. Ват дорівнює потужності сили, що здійснює роботу в 1 Дж за час 1 с.

Поняття енергії й роботи тісно пов'язані між собою – енергія матеріальної точки характеризує її здатність здійснювати роботу, а робота дорівнює зміні енергії тіла у процесі механічного руху.

Говорячи про різні форми руху матерії, розрізняють різні види енергії – механічну, внутрішню, ядерну тощо. **Повна механічна енергія E** – це енергія механічного руху та взаємодії між тілами – дорівнює сумі кінетичної енергії E_k (енергії руху) і потенціальної енергії E_p (енергії взаємодії):

$$E = E_k + E_p.$$

Якщо матеріальна точка рухається прямолінійно рівноприскорено, то роботу можна визначити за такою формулою:

$$A = F s = m a \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}. \quad (1.3)$$

Кінетична енергія матеріальної точки дорівнює половині добутку своєї маси на квадрат його швидкості:

$$E_k = \frac{m v^2}{2}.$$

Робота всіх сил, прикладених до тіла, дорівнює зміні його кінетичної енергії:

$$A = E_{k2} - E_{k1}. \quad (1.3,a)$$

Кінетична енергія тіла дорівнює роботі, яку може здійснити тіло під час гальмування до повної його зупинки:

$$A = \frac{m v^2}{2} = E_k.$$

Потенціальна енергія є енергією взаємодії між тілами й визначається взаємним положенням тіл. Поняття потенціальної енергії можна ввести тільки для консервативних сил.

Консервативними називають сили, робота яких не залежить від траєкторії руху й визначається тільки початковим і кінцевим положеннями тіла. Робота консервативних сил на замкненій траєкторії дорівнює нулю. Приклади консервативних сил: сила тяжіння та сила пружності.

Якщо матеріальна точка здійснює балістичний рух, то на нього діє сила тяжіння $\vec{P} = m\vec{g}$, направлена вертикально вниз і за модулем постійна. Робота цієї сили дорівнює зміні потенціальної енергії у полі тяжіння Землі.

Якщо матеріальна точка у початковий момент часу знаходилася на висоті h_1 і перемістилася у точку, розташовану на висоті h_2 (рис. 1.7), то сила тяжіння виконала таку роботу:

$$A = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1).$$

Потенціальна енергія тіла в полі сили тяжіння Землі визначається такою формулою:

$$E_p = mgh.$$

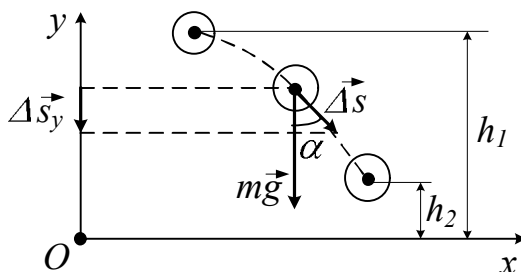


Рисунок 1.7

Фізичний зміст має зміна потенціальної енергії

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$$

під час переміщення тіла з одного положення в інше, а не її значення, яке залежить від вибору нульового рівня.

Потенціальна енергія матеріальної точки масою m на відстані r від центра Землі, має такий вигляд:

$$E_p = -G \frac{Mm}{r},$$

де M – маса Землі; G – гравітаційна стала.

Потенціальна енергія розтягнутої пружини визначається такою формулою:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}.$$

Потенціальна енергія пружної деформації – це потенціальна енергія взаємодії окремих частин тіла між собою за допомогою сил пружності.

1.5 Кінематика обертального руху

Абсолютно тверде тіло – це тіло, деформаціями якого можна знехтувати. Воно не змінює своєї форми та розмірів. Абсолютно тверде тіло можна уявляти як сукупність жорстко зв'язаних між собою матеріальних точок, які не можуть зміщуватися одна відносно іншою.

У процесі обертання абсолютно твердого тіла навколо нерухомої осі аналогом координати матеріальної точки є кут повороту $\Delta\varphi$, на який повернеться тверде тіло. Кут повороту вимірюються в системі СІ в радіанах (*рад*). Довжина дуги Δl , яку описує точка твердого тіла, що знаходиться на відстані R від осі обертання, так залежить від кута повороту:

$$\Delta l = R \Delta\varphi.$$

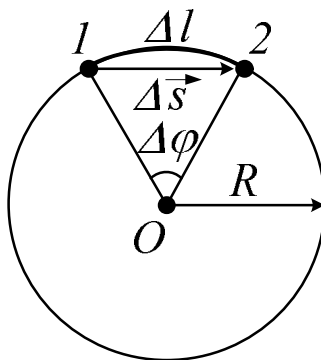


Рисунок 1.8

Кутовою швидкістю ω тіла називають границю (при $\Delta t \rightarrow 0$) відношення кута повороту $\Delta\varphi$ до проміжку часу Δt , за який здійснився цей поворот:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Кутова швидкість у системі СІ вимірюється у радіанах, поділених на секунду (*рад/с*). Зв'язок між модулем лінійної швидкості v матеріальної

точки, яка належить тілу, що обертається навколо нерухомої осі, і кутовою швидкістю ω :

$$v = \omega R.$$

Зв'язок між модулем нормального прискорення a_n точки тіла під час обертання останнього навколо нерухомої осі й кутовою швидкістю ω :

$$a_n = \omega^2 R.$$

Для виведення цієї формули розглянемо зміну вектора швидкості матеріальної точки, яка знаходиться на відстані R від осі обертання на абсолютно твердому тілі, коли воно обертається, $\Delta \vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ за малий проміжок часу Δt . Швидкості \vec{v}_A і \vec{v}_B у точках A і B направлені вздовж дотичних до кола в цих точках. Модулі швидкостей однакові: $v_A = v_B = v$. З подібності трикутників OAB і BCD (рис. 1.9) одержуємо таке:

$$\frac{|OA|}{|AB|} = \frac{|BC|}{|CD|}.$$

Оскільки час Δt – малий, то

$$\Delta \varphi = \omega \Delta t.$$

Отже, довжина дуги кола наближено дорівнює довжині хорди:

$$|AB| = \Delta s \approx v \Delta t.$$

Через те, що $|OA| = R$ і $|CD| = \Delta v$, то з подібності трикутників OAB і BCD (рис. 1.9) одержуємо таке:

$$\frac{R}{v \Delta t} = \frac{v}{\Delta v} \quad \text{або} \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}.$$

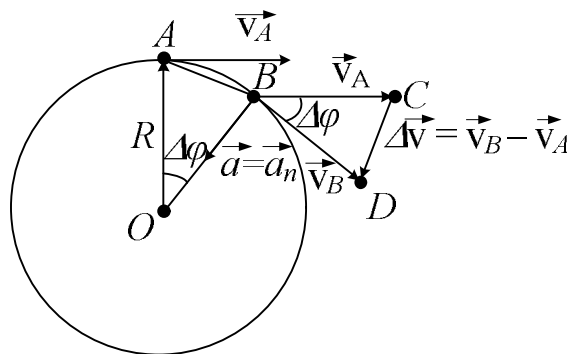


Рисунок 1.9

У граничному випадку, коли $\Delta t \rightarrow 0$, вектор $\Delta \vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ стає направленим до центра кола, і

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R.$$

Періодом обертання тіла називається час T , за який тіло здійснить одне повне обертання:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Частотою обертання тіла називається кількість обертань n , яку здійснить тіло за одиницю часу – (за 1 c), якщо користуватися системою фізичних одиниць СІ:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Кутове прискорення β тіла – границя (при $\Delta t \rightarrow 0$) відношення зміни кутової швидкості $\Delta\omega$ до проміжку часу Δt , за який відбулася ця зміна:

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

Кутове прискорення у системі СІ вимірюється у радіанах, поділених на секунду в квадраті ($\text{рад}/\text{c}^2$). Зв'язок між модулем тангенціального прискорення a_τ і кутовим прискоренням β :

$$a_\tau = \beta R.$$

Тангенціальне прискорення точки на абсолютно твердому тілі за модулем не дорівнює нулю, якщо тіло обертається нерівномірно.

Напрямок вектора повного прискорення \vec{a} точки на абсолютно твердому тілі під час обертання є векторною сумою нормального та тангенціального прискорень (рис. 1.10):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

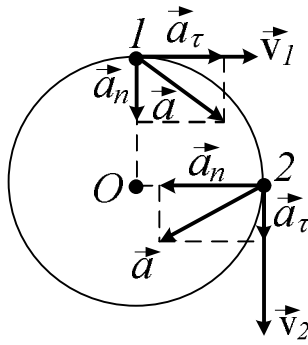


Рисунок 1.10

Плоский рух абсолютно твердого тіла – це такий рух, під час якого всі точки тіла описують кола, що лежать у паралельних площинах. Положення у просторі кожної точки тіла можна задавати за допомогою двох координат x і y , а швидкість точки тіла в кожний момент можна розкласти на дві складові v_x і v_y (рис. 1.11).

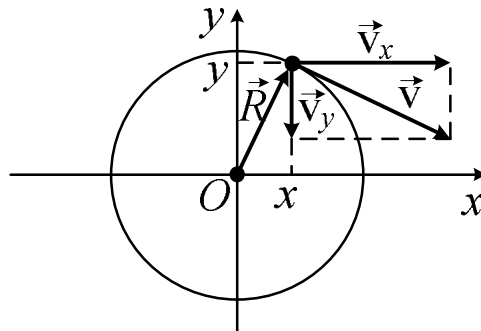


Рисунок 1.11

1.6 Динаміка обертального руху

Розглянемо обертання твердого тіла відносно нерухомої осі. Модуль $|\Delta \vec{s}|$ переміщення матеріальної точки маси Δm абсолютно твердого тіла, що обертається, виражається співвідношенням

$$\Delta s = r \Delta \varphi .$$

Розіб'ємо абсолютно тверде тіло на N малих елементів масами Δm_i . Нехай r_i – відстані від цих елементів до осі обертання, а v_i – модулі лінійних швидкостей цих елементів мас (рис. 1.12).

Кінетичну енергію абсолютно твердого тіла при обертанні можна записати у вигляді:

$$E_k = \sum_{i=1}^N \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^N \frac{\Delta m_i (r_i \omega)^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^N \Delta m_i r_i^2 = \frac{I \omega^2}{2}.$$

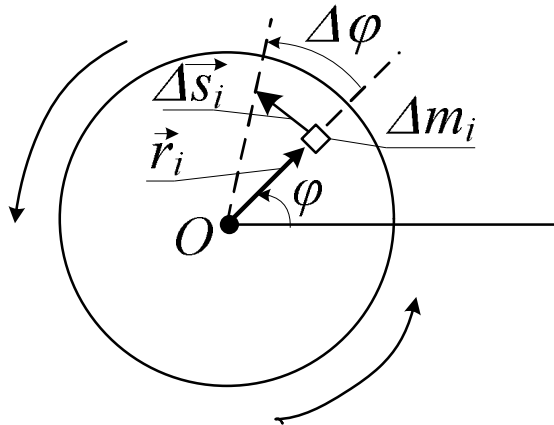


Рисунок 1.12

Момент інерції матеріальної точки – це добуток маси цієї матеріальної точки m на квадрат відстані r^2 до осі обертання:

$$I = m r^2.$$

Момент інерції I абсолютно твердого тіла відносно осі – сума добутків мас матеріальних точок, з яких складається тіло, і квадратів відстаней від цих матеріальних точок до осі обертання:

$$I = \sum_{i=1}^N \Delta m_i r_i^2.$$

Момент інерції сильно залежить від розподілу мас тіла відносно осі обертання.

У граничному випадку, коли $\Delta m_i \rightarrow 0$, ця сума переходить в інтеграл

$$I = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_i \Delta m_i r_i^2 = \int_M r^2 dm.$$

Кінетична енергія твердого тіла, що обертається відносно нерухомої осі, дорівнює:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Фізичний зміст моменту інерції: момент інерції – міра інертності абсолютно твердого тіла під час його обертання. Момент інерції того самого тіла різний відносно різних осей обертання.

Кінетична енергія абсолютно твердого тіла, яке рухається і поступально, і обертально, дорівнює сумі кінетичної енергії поступального (перший доданок) та кінетичної енергії обертального (другий доданок) рухів:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

де I – момент інерції тіла відносно певної осі.

Теорема Штейнера: момент інерції тіла I відносно довільної осі дорівнює сумі моменту інерції тіла $I_{ц.і.}$ відносно осі, яка паралельна даній і проходить через центр інерції тіла, та добутку маси тіла m на квадрат відстані l між осями:

$$I = I_{ц.і.} + ml^2,$$

де m – маса тіла; l – відстань між осями.

На рисунку 1.13 наведено моменти інерції тіл різної геометричної форми.

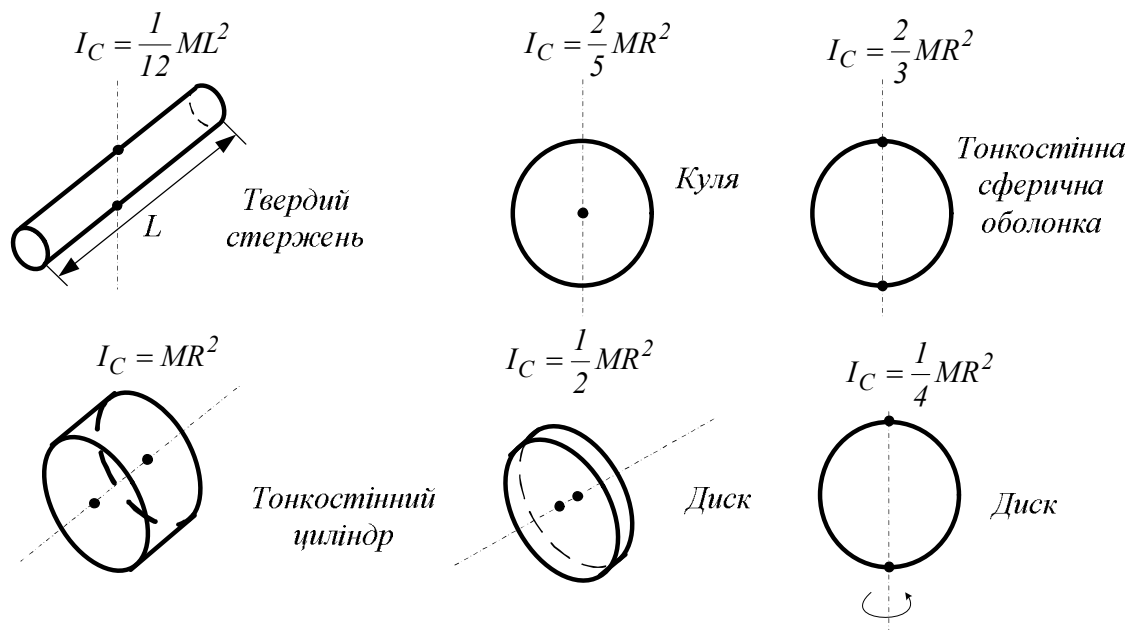


Рисунок 1.13

1.6.1 Основне рівняння динаміки обертального руху

Основне рівняння динаміки обертального руху абсолютно твердого тіла:

$$I\varepsilon = M_z$$

У цій формулі використані такі позначення :

$$I\varepsilon = L_z, \quad (1.4)$$

де

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \quad (1.5)$$

– момент інерції тіла відносно осі обертання;

$$\varepsilon = \frac{a_{i\tau}}{r_i} \quad (1.6)$$

– кутове прискорення абсолютно твердого тіла;

$$M_z = F_i r_i \sin \theta \quad (1.7)$$

– момент сили відносно осі обертання;

Δm – маса i -тої матеріальної точки, яка належить абсолютно твердому тілу; r_i – відстань від i -тої матеріальної точки до осі обертання, F_i – модуль сили \vec{F}_i , яка діє на i -ту матеріальну точку.

На рисунку 1.14 зображено довільне тверде тіло, що обертається навколо осі z , яка перпендикулярна до площини малюнка та проходить через точку O . Матеріальна точка масою Δm_i описує у площині рисунка коло радіуса r . Припустимо, що вектор \vec{F}_i лежить у площині рисунка. Її можна розкласти на дві складові: тангенціальну складову $\vec{F}_{i\tau}$ – направлену вздовж дотичної до кола, що за модулем дорівнює:

$$F_{i\tau} = F_i \sin \theta;$$

на радіальну \vec{F}_{ir} – направлену вздовж радіуса кола до центра кола. Радіальна складова \vec{F}_{ir} не дає внеску у момент сили відносно осі, згідно із визначенням моменту сили відносно осі (див. підрозділ 1.6.2).

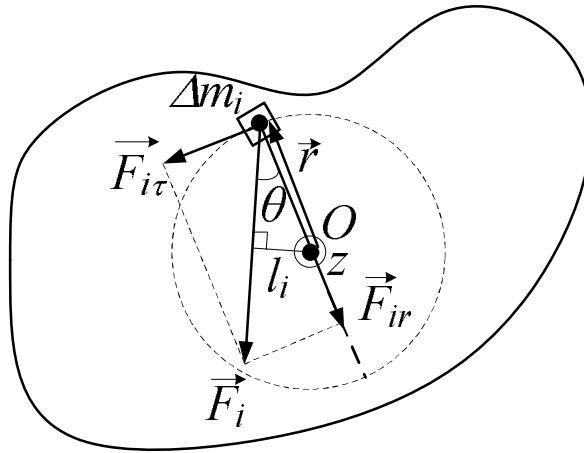


Рисунок 1.14

Підставимо вирази (1.5) – (1.7) у формулу (1.4) і поділимо обидві отриманого рівняння на r_i . У підсумку одержимо для матеріальної точки маси Δm_i рівняння другого закону Ньютона у проекціях на паралельну до вектора $\vec{F}_{i\tau}$ вісь:

$$\Delta m_i a_{i\tau} = F_{i\tau} .$$

Отже, бачимо, що основне рівняння динаміки обертального руху є аналогом рівняння другого закону Ньютона у динаміці абсолютно твердого тіла.

1.6.2 Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу

Моментом імпульсу тіла L_z відносно осі z називають фізичну величину, яка дорівнює добутку моменту інерції тіла I на проекцію ω_z кутової швидкості $\vec{\omega}$ твердого тіла на вісь z :

$$L_z = I \omega_z.$$

Диференціюючи це рівняння за часом, одержимо

$$M_z = I \varepsilon.$$

Тобто, знову ми прийшли до основного рівняння динаміки абсолютного твердого тіла.

Закон збереження моменту імпульсу: якщо сумарний момент M_z зовнішніх сил відносно осі z дорівнює нулю, то момент імпульсу L_z відносно даної осі зберігається:

$$\frac{dL_z}{dt} = 0,$$

звідки випливає, що момент імпульсу відносно осі z зберігається:

$$L_z = \text{const}.$$

Як діє закон збереження моменту імпульсу можна спостерігати на такому досліді (рис. 1.15, а).

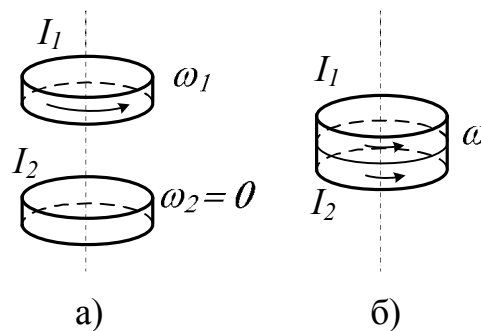


Рисунок 1.15

Два диска з моментами інерції I_1 і I_2 мають спільну вісь обертання (другий диск не обертається і знаходиться під першим). Верхній (перший) диск обертається із кутовою швидкістю ω_1 . Після зчеплення двох дисків вони будуть обертатися з деякою коловою частотою ω (рис. 1.15, б).

1.7 Умови рівноваги механічної системи

Статикою називається розділ механіки, що вивчає умови рівноваги тіл.

Умова рівноваги матеріальної точки: за другим законом Ньютона, якщо векторна сума зовнішніх сил, прикладених до матеріальної точки дорівнює нулю:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = 0, \quad (1.8)$$

то вона перебуває у стані спокою або прямолінійного рівномірного руху.

На рисунку 1.16 наведено приклад, в якому абсолютно тверде тіло врівноважується трьома силами: силою тяжіння $m\vec{g}$ і двома силами натягу \vec{F}_1 і \vec{F}_2 .

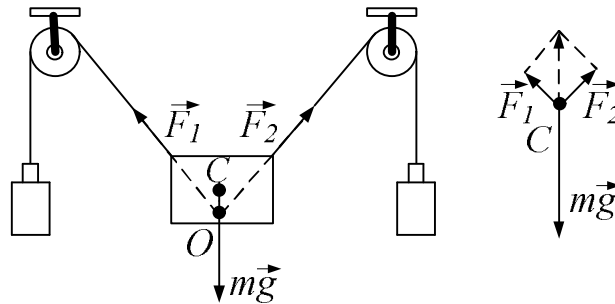


Рисунок 1.16

Для абсолютно твердого тіла недостатньо рівності нулю рівнодійної на нього сили, щоб воно не рухалося.

Плече сили – це довжина перпендикуляра, проведеного від осі обертання до лінії дії сили.

Моментом сили M_z відносно осі z називається добуток модуля сили \vec{F} на плече l . Додатними вважаються моменти тих сил, які прагнуть повернути тіло проти годинникової стрілки (рис. 1.17). На рисунку зображено плечі l_1 і l_2 для двох сил \vec{F}_1 і \vec{F}_2 , прикладених до абсолютно твердого тіла.

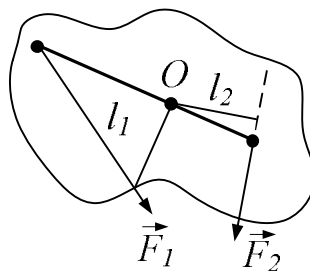


Рисунок 1.17

Умова рівноваги абсолютно твердого тіла щодо обертання: тіло перебуває в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів відносно осі z усіх сил, прикладених до тіла, яке може обертатися навколо нерухомої осі, дорівнює нулю:

$$M_{z_1} + M_{z_2} + \dots = 0 . \quad (1.9)$$

У Міжнародній системі одиниць (СІ) момент сил відносно осі вимірюється в ньютонках, помножених на метр (Н·м).

У фізиці твердого тіла розрізняють три різних стани рівноваги.

Колесо, яке котиться по горизонтальній поверхні, знаходиться у стані **байдужої** (індиферентної) **рівноваги** (рис. 1.18). Якщо таке колесо зупинити, то воно впадши, перейде у стан стійкої рівноваги.

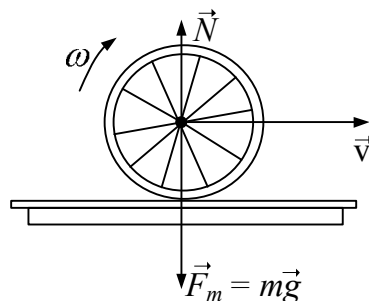


Рисунок 1.18

Стан стійкої рівноваги – це така рівновага, при якій малі відхилення тіла від положення рівноваги виникають сили або моменти сил, які намагаються повернути тіло у положення рівноваги.

Нестійка рівновага – це рівновага, при якій малі відхилення тіла від положення рівноваги виникають сили або моменти сил, що намагаються віддалити тіло від положення рівноваги. Наприклад, куля на плоскій горизонтальній поверхні знаходиться у стані байдужої (індиферентної) рівноваги (рис. 1.19, а); а куля у верхній точці опуклої поверхні – у стані нестійкої рівноваги (рис. 1.19, б). Водночас на дні увігнутої поверхні перебуває в стані стійкої рівноваги (рис. 1.19, в).

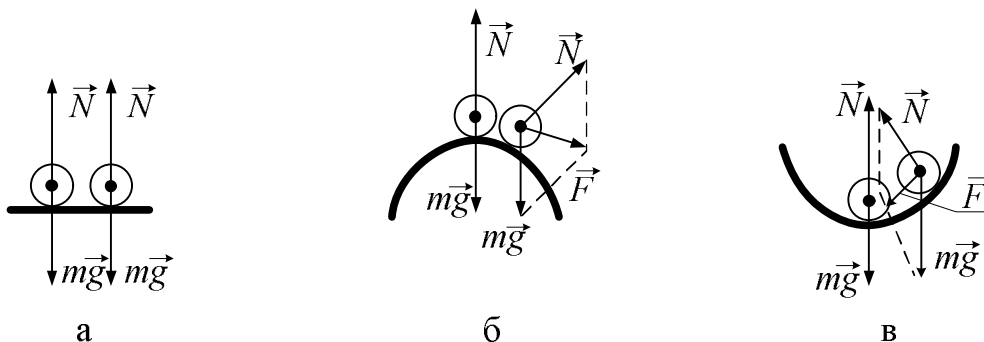


Рисунок 1.19

1.8 Сили в природі

1.8.1 Закон всесвітнього тяжіння. Рух тіл під дією сили тяжіння

Усі сили у природі зводяться до чотирьох сил, які називається фундаментальними: гравітаційної, електромагнітної, сильної і слабкої. Дві останні діють усередині атомного ядра та відповідають за перетворення елементарних частинок. Гравітаційна взаємодія визначається законом всесвітнього тяжіння Ньютона.

Закон всесвітнього тяжіння такий: дві матеріальні точки масами m_1 і m_2 , які знаходяться на відстані r , притягуються одна до одної із силою \vec{F} , яка направлена вздовж прямої, що проходить через ці дві матеріальні точки (рис. 1.20), а за модулем пропорційна добутку й обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ гравітаційна стала.

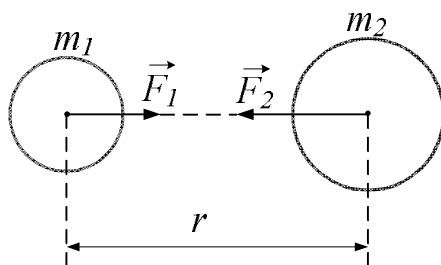


Рисунок 1.20

Закон всесвітнього тяжіння пояснює таке: рух планет у Сонячній системі, штучних супутників Землі, траєкторії польоту балістичних ракет, рух тіл поблизу поверхні Землі тощо.

Сила тяжіння – це сила з якою всі тіла притягаються до центра Землі. Модуль цієї сили визначається такою формулою:

$$F = G \frac{M}{R_3^2} m = m g,$$

де M – маса Землі; R_3 – її радіус; m – маса певного тіла.

Векторна величина \vec{g} , яка називається **прискоренням вільного падіння**

$$g = G \frac{M}{R_3^2}.$$

З цим прискоренням падали б усі тіла на поверхню Землі, якби не було повітря.

Для середніх широт значення модуля прискорення вільного падіння дорівнює

$$g = 9,81 \text{ м/с}^2.$$

Це значення дає змогу обчислити масу Землі M :

$$M = \frac{gR_3^2}{G} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ (кг)}.$$

На рисунку 1.21 зображено графік залежності модуля прискорення вільного падіння g від відстані від центра Землі або від висоти над поверхнею Землі $h = r - R_3$.

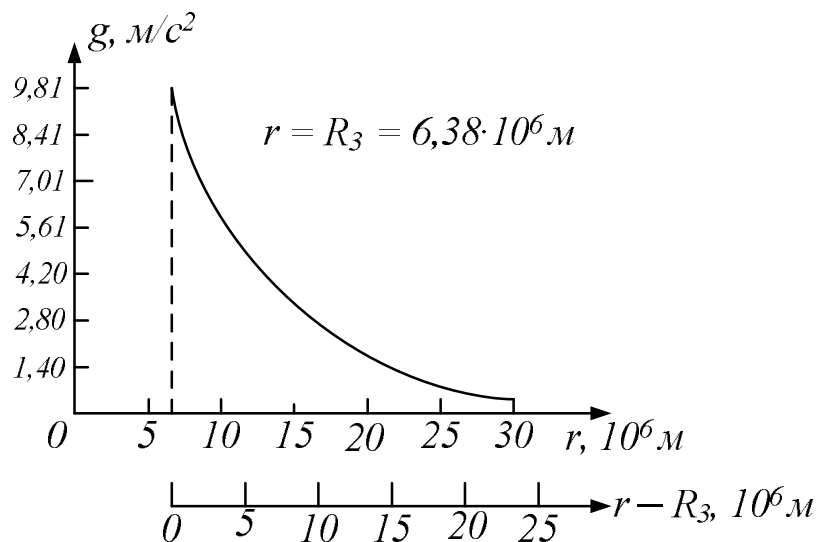


Рисунок 1.21

1.8.2 Вага і невагомість

Поняття ваги не збігається з поняттям сили тяжіння $\vec{P} = m\vec{g}$, з якою тіла притягаються до Землі.

Вага тіла – це сила $\vec{F}_{ваги}$, з якої тіло діє на опору або підвіс (рис. 1.22).

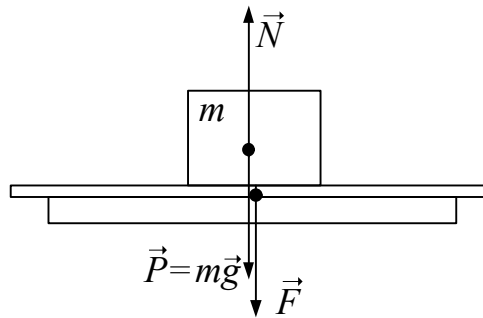


Рисунок 1.22

Сила реакції опори (або сила нормального тиску) – це сила \vec{N} , з якою опора діє на тіло. Сила реакції опори та вага тіла так виражаються одна через одну:

$$\vec{F}_{ваги} = -\vec{N} .$$

Якщо опора й тіло знаходяться у стані спокою, то модулі сили тяжіння, ваги тіла і реакції опори дорівнюють одне одному.

Якщо ж тіло, наприклад, лежить на опорі у кабіні рухомого ліфта, тоді модуль сили реакції опори визначатиметься так:

$$N = m (g - a), \quad (1.10)$$

де a – прискорення ліфта ($a > 0$, якщо ліфт піднімається; $a < 0$, якщо ліфт рухається вниз).

Перевантаження – це збільшення ваги тіла під час руху опори, на якій знаходиться це тіло. Дію перевантаження відчують космонавти під час зльоту космічної ракети, а також льотчики у процесі виконання фігур вищого пілотажу.

1.8.3 Сила пружності. Закон Гука

Сила пружності, яка виникає при деформації тіла, зводиться до електромагнітної взаємодії між атомами й молекулами речовини.

Деформації (одновісного) розтягання чи стискання стержня наведено на рисунку 1.23.

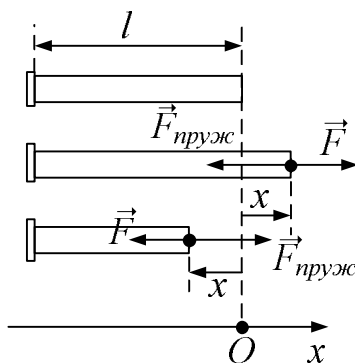


Рисунок 1.23

Закон Гука: при малих деформаціях ($|x| \ll l$) сила пружності пропорційна деформації тіла й направлена протилежно напрямку розтягання чи стискання тіла у разі деформації:

$$F_x = F_{\text{пруж}} = -kx,$$

де k – коефіцієнт **жорсткості** пружини (тіла). Одиницею жорсткості в системі СІ є ньютон, поділений на метр (Н/м). Коефіцієнт жорсткості залежить від форми й розмірів тіла, а також від матеріалу. Закон Гука можна записати у так званій диференціальній формі.

Відносна деформація – це відношення абсолютного видовження (стискання) тіла до довжини тіла:

$$\varepsilon = \frac{|x|}{l}.$$

Закон Гука у диференціальній формі виглядає так:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E},$$

де σ – механічне напруження, S – площа поперечного перерізу тіла, E – модуль Юнга. Модуль Юнга не залежить від розмірів і форми тіла. Модуль Юнга для

різних матеріалів змінюється в широких межах. Для сталі, наприклад, $E \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$, а для гуми $E \approx 2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$, тобто на п'ять порядків менше.

Деформації згину подано на рисунку 1.24 для стержня, кінці якого лежать на двох опорах.

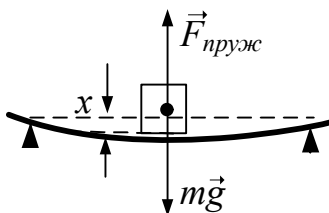


Рисунок 1.24

Динамометр – це проградуйована пружина для вимірювання сили (рис. 1.25). Закріплена на нижньому кінці пружини стрілка вказує на шкалі динамометра значення сили пружності, яка виникає в пружині.

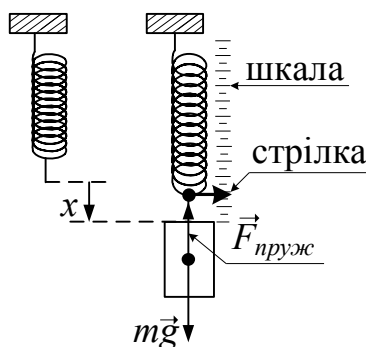


Рисунок 1.25

Закон Гука справедливий для дуже малих деформацій. Для металів відносна деформація $\varepsilon = x / l$ не повинна перевищувати 1 %. При більших деформаціях виникають необоротні явища (плинність) і руйнування матеріалу.

1.8.4 Сила тертя

Сила тертя – це сила, яка виникає під час руху одного абсолютно твердого тіла по поверхні іншого, або у рідкому, чи газоподібному середовищі. Сила тертя має **електромагнітну** природу. Вона виникають внаслідок взаємодії між атомами й молекулами дотичних тіл.

Сила сухого тертя – це сила, яка виникає під час руху одного твердого тіла по поверхні іншого за відсутності між ними рідкого або газоподібного

прошарку. **Сила тертя спокою** – це сила сухого тертя, яка виникає без руху одного тіла по іншому (рис. 1.26).

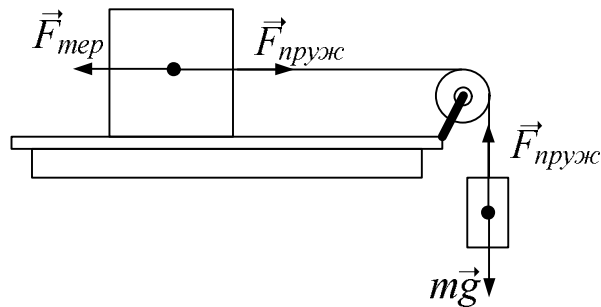


Рисунок 1.26

При досягненні силою тертя спокою свого максимального значення $(F_{тер})_{max}$ виникає відносне зміщення одного тіла відносно іншого.

Сила тертя ковзання – це сила сухого тертя під час ковзання одного тіла по поверхні іншого (рис. 1.27).

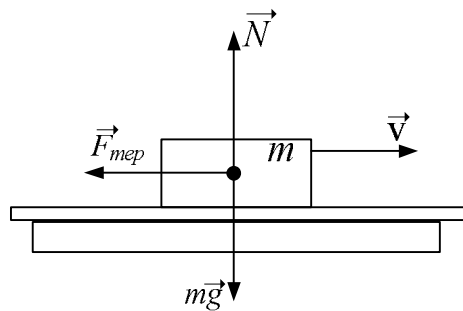


Рисунок 1.27

Модуль сили тертя ковзання $F_{тер}$ пропорційний силі нормального тиску тіла на опору:

$$F_{тер} = (F_{тер})_{max} = kN ,$$

де k – коефіцієнт тертя ковзання.

Коефіцієнт тертя k – безрозмірна величина. Його значення менше одиниці. Він залежить від матеріалів дотичних тіл і від якості обробки стичних поверхонь.

Під час руху твердого тіла в рідині або газі виникає **сила в'язкого тертя**. При в'язкому терті немає тертя спокою.

За малих швидкостей модуль сили в'язкого тертя пропорційний швидкості:

$$F_{\text{тер}} \sim v,$$

а при великих швидкостях – квадрату швидкості:

$$F_{\text{тер}} \sim v^2.$$

Контрольні питання для самоперевірки

1. Встановити зв'язок між кутовими та лінійними характеристиками.
2. Написати основне рівняння динаміки обертального руху.
3. Що називається моментом інерції твердого тіла відносно осі обертання?
4. Що називають моментом сили?
5. Як визначається напрямок вектора моменту сили?
6. Що називається парою сил?
7. Що називається вагою тіл?
8. Від чого залежить вага тіла?
9. Як визначається середня і локальна густина речовини?
10. Чи буде змінюватися вага тіла, якщо воно рухається з прискоренням вертикально вниз (вгору), або знаходиться в спокої?
11. Які причини виникнення невагомості тіл?
12. Сформулювати теорему Штейнера.
13. Які фізичні властивості тіла характеризує момент інерції?
14. Як можна обчислити момент інерції твердого тіла правильної геометричної форми?
15. Сформулюйте основний закон динаміки для випадків поступального і обертального рухів.
16. Якими силами визначається на поверхні Землі прискорення вільного падіння тіл?
17. Як залежить прискорення вільного падіння від широти місцевості?
18. Як змінюється прискорення вільного падіння у разі збільшення висоти h тіла над поверхнею Землі?

2 РЕЛЯТИВІСТСЬКА МЕХАНІКА

2.1 Елементи спеціальної теорії відносності

Спеціальна теорія відносності (далі – СТВ) – це фізична теорія, яка розширює (або замінює) класичну механіку Ньютона на область великих швидкостей, коли швидкості тіл наближаються до швидкості світла у вакуумі. Разом із квантовою механікою, спеціальна теорія відносності є основою сучасної фізики. За малих швидкостей ($v \ll c$) формули спеціальної теорії відносності переходять у відповідні формули класичної механіки.

Логічна побудова спеціальної теорії відносності починається з двох принципів Ейнштейна.

1. Принцип відносності Ейнштейна: неможливо за допомогою фізичного досліду визначити швидкість інерціальної системи відліку; або всі фізичні явища однаково протікають (за однакових початкових умов) в усіх інерціальних системах відліку.

2. Швидкість світла у всіх інерційних системах відліку однакова й дорівнює c , де c – швидкість розповсюдження світла у вакуумі.

На сьогодні жоден дослід не суперечить спеціальній теорії відносності, проте висновки, що випливають з цієї теорії розходяться з тими, які ми знаємо з повсякденного життя або з класичної механіки.

Час по різному тече у двох інерціальних системах відліку K і K' , відносна швидкість яких дорівнює \vec{v} , і направлена вздовж координатної осей x і x' , які є паралельними (рис. 2.1). Нехай у момент часу $t = 0$, початки цих координатних осей збіглися в одній точці, в якій відбувається спалах світла. За час t системи змістяться одна відносно одної на відстань vt . Якби час у обох інерціальних системах відліку тіл протікав однаково, то сферичний хвильовий фронт у кожній системі мав би однаковий радіус ct . Тоді центр сферичного фронту перебував би в двох різних точках простору O і O' одночасно. Отже, ми доходимо висновку, що час у одній інерціальній системі відліку не дорівнює часу в іншій $t \neq t'$.

У спеціальній теорії відносності замість перетворень Галілея трьох просторових координат x , y , і z та часу t є так звані **перетворення Лоренца**:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.1)$$

Формула (2.1) – це перетворення Лоренца із системи відліку K' у систему K .

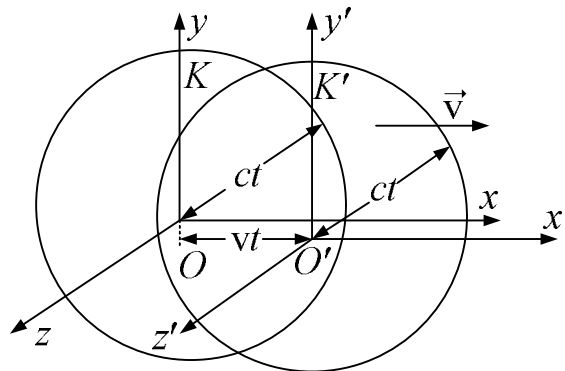


Рисунок 2.1

Перетворення Лоренца лінійні і вони переходять при малих швидкостях, коли $v \rightarrow c$, у перетворення Галілея.

2.2 Наслідки перетворень Лоренца

У цьому підрозділі розглянемо дві інерціальні системи відліку K і K' . Координатні осі цих систем попарно паралельні: вісь x системи відліку K паралельна осі x' системи відліку K' , вісь y – осі y' , z – осі z' . Система відліку K' рухається відносно системи K за швидкістю v уздовж додатного напрямку осі x (рис. 2.2).

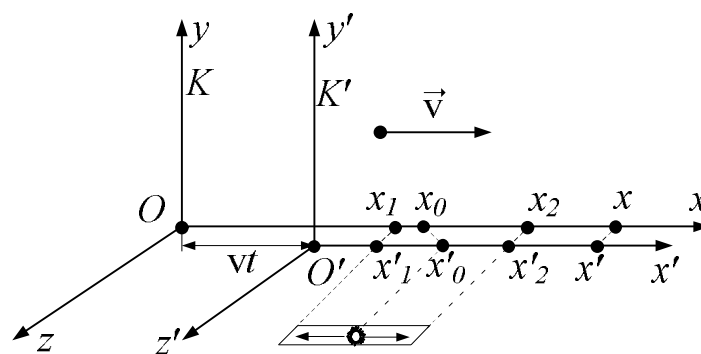


Рисунок 2.2

2.2.1 Сповільнення часу

Якщо у точці x' системи відліку K' відбувається процес тривалістю $\tau_0 = t'_2 - t'_1$ (власний час), де t'_1 і t'_2 – показання годинника у системі K' на початку й кінці процесу, то тривалість τ цього процесу в системі K дорівнює:

$$\tau = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t'_1 + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ми бачимо, що $\tau > \tau_0$.

2.2.2 Релятивістське скорочення довжини

З перетворень Лоренца випливає релятивістське скорочення довжини. Нехай довжина абсолютно твердого тіла, виміряна вздовж осі x' (рис. 2.2):

$$l_0 = x'_2 - x'_1, \quad (2.1)$$

де координати x'_2 і x'_1 визначаються за допомогою перетворень Лоренца. Величина l_0 називається власною довжиною тіла. Довжину тіла $l = x_2 - x_1$, виміряну за координатною віссю x можна визначити, якщо у правій частині формули (2.1) координати x'_2 і x'_1 виразити через відповідні координати x_2 і x_1 у K -системі:

$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Отже, у системі відліку K у напрямі його руху довжина тіла менша у

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

разів і дорівнює

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Зменшення довжини тіла у напрямі його руху називається **лоренцівським скороченням**.

2.2.3 Відносність одночасності подій

Одним із найважливіших наслідків із перетворень Лоренца є висновок про відносність одночасності подій у різних інерціальних системах відліку. Якщо дві одночасні дві події $t'_1 = t'_2 = t'$ відбуваються у двох різних точках $x'_1 \neq x'_2$ системи відліку K' , то у системі K ці події, залишаючись просторово роз'єднаними, є неодночасними. Цей результат спеціальної теорії відносності не стосується подій, пов'язаних між собою причинно-наслідковими зв'язками, коли одна з подій є фізичним наслідком іншої.

Справді, якщо в центрі тіла (рис. 2.2) вмикають лампочку, x' -координата якої дорівнює:

$$x'_0 = \frac{x'_1 + x'_2}{2},$$

то з погляду спостерігача, який рухається разом із системою відліку K' , світлові промені одночасно досягнуть граничних точок, що мають x' -координати: x'_1 і x'_2 . З погляду спостерігача, який знаходиться у системі відліку K , світлові промені не одночасно досягнуть точок із x -координатами x_1 і x_2 , що відповідають координатам x'_1 і x'_2 штрихованої системи відліку. Це пояснюється тим, що у момент вмикання лампочки центр тіла перебував у точці з координатою x_0 на осі x , а ця точка не є серединою інтервалу $[x_1, x_2]$ (рис. 2.2).

2.3 Інтервал

Водночас із твердженням про відносність деяких фізичних величин (просторових довжин, інтервалів часу, одночасності подій у різних інерціальних системах відліку, тощо) у спеціальній теорії відносності є інваріантні фізичні величини, які не змінюються під час переходу від однієї системи відліку до іншої. Наприклад, швидкість світла у вакуумі c є інваріантною. Іншою інваріантною величиною є просторово-часовий інтервал (або просто, інтервал).

Просторово-часовий інтервал між двома подіями визначається такою формулою:

$$s_{12} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2},$$

де t_{12} – проміжок часу між подіями в деякій системі відліку;

l_{12} – відстань між точками, у яких відбуваються розглянуті події, у тій самій системі відліку.

З перетворень Лоренца випливає, що просторово-часовий інтервал між двома подіями не змінюється під час переходу від однієї інерційної системи до іншої. Протікання фізичних процесів має об'єктивне значення та залежить від системи відліку.

Часоподібний інтервал – це дійсний просторово-часовий інтервал s_{12} . Квадрат такого інтервала є додатною величиною:

$$(s_{12})^2 > 0. \quad (2.2)$$

Якщо $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2$ – координати двох подій у системі відліку K у моменти часу t_1 і t_2 відповідно, то умова (2.2) означає, що існує така система відліку K' , в якій ці дві події відбуваються в одній точці:

$$x'_1 = x'_2, y'_1 = y'_2, z'_1 = z'_2.$$

Простороподібним інтервал – це уявний просторово-часовий інтервал виглядає так: s_{12} . Квадрат такого інтервала є від'ємною величиною:

$$(s_{12})^2 < 0. \quad (2.3)$$

Якщо $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2$ – координати двох подій у системі відліку K у моменти часу t_1 і t_2 відповідно, то умова (2.3) означає, що існує така система відліку K' , в якій ці дві події відбуваються одночасно. Не існує такої системи відліку, в якій би ці дві події відбувалися в одній точці простору.

2.4 Релятивістський закон додавання швидкостей

У цьому підрозділі розглянемо дві інерціальні системи відліку K і K' . Координатні осі цих систем попарно паралельні: вісь x системи відліку K паралельна осі x' системи відліку K' , вісь y – осі y' , z – осі z' . Система відліку K' рухається відносно системи K за швидкістю v уздовж додатного напрямку осі x (рис. 2.2).

Матеріальна точка, проекція швидкості якої на координатну вісь x' системи відліку K' дорівнює u'_x , має проекцію швидкості u_x на координатну вісь x системи відліку K , що визначається такою формулою:

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x}. \quad (2.4)$$

За умови $v \ll c$ релятивістська формула (2.4) переходить у формулу Галілея класичного додавання швидкостей і набуває такого вигляду:

$$u_x = u'_x + v.$$

Наприклад, якщо $u'_x = c$, тобто коли у системі відліку K' у додатному напрямі осі x' розповсюджується світловий промінь, то, обчисливши за формулою (2.4) швидкість цього світлового променя у системі відліку K , отримаємо такий результат:

$$u_x = \frac{c + v}{1 + \frac{v}{c^2} c} = c.$$

Ми бачимо, що у системі відліку K світловий промінь також поширюється у додатному напрямі осі x зі швидкістю c . Отже, другий постулат спеціальної теорії відносності про постійність швидкості світла у різних інерційних системах відліку виконується.

2.5 Зв'язок між енергією та масою

У спеціальній теорії відносності виконуються закони збереження імпульсу та енергії. Проте у цьому разі визначення імпульсу у теорії відносності дещо інше, ніж у класичній механіці.

Релятивістський імпульс \vec{p} матеріальної точки маси m , що рухається зі швидкістю \vec{v} , визначається за формулою:

$$\vec{p} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.5)$$

За умови $\frac{v^2}{c^2} \rightarrow 0$ релятивістський імпульс переходить у класичний. Закон збереження повного імпульсу системи взаємодіючих частинок (наприклад, під час зіткнень) виконується у будь-якій інерційній системі відліку.

Основний закон релятивістської динаміки матеріальної точки має такий вигляд, як і другий закон Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

або, відповідно до формули (2.5) маємо:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right).$$

У теорії відносності проекція прискорення матеріальної точки

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

на координатну вісь x не є постійною величиною, якщо проекція сили \vec{F} , яка діє на матеріальну точку, на цю координатну вісь x є константною. Ця проекція прискорення дорівнює

$$a_x = \frac{F_x}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Під дією цієї сили проекція швидкості v_x на координатну вісь x весь час зростає, наближаючись до швидкості світла c у вакуумі, ніколи не досягаючи її, якщо маса матеріальної точки не дорівнює нулю.

У релятивістській механіці виконується також закон збереження енергії. **Кінетична енергія** матеріальної точки визначається за формулою

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2. \quad (2.6)$$

Перший доданок у правій частині формули (2.6) називається **повною енергією** E , а другий – **енергією спокою** E_0 :

$$E_0 = mc^2. \quad (2.7)$$

Отже, кінетична енергія E_k релятивістської динаміки є різницею повної енергії E матеріальної точки та її енергії спокою E_0 :

$$E_k = E - E_0.$$

Формула Ейнштейна для повної енергії частинки

$$\Delta E = \Delta m c^2 \quad (2.8)$$

дає змогу обчислити енергію, що вивільняється під час радіоактивного розпаду. Наприклад, під час бета-розпаду у вільному стані нейтрон перетворюється на протон, електрон і електронне антинейтрино:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Маса нейтрона перевищує сумарну масу протона й електрона на $\Delta m = 13,9 \cdot 10^{-31}$ кг. Такому зменшенню маси повинна відповідати енергія $\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 1,25 \cdot 10^{-13}$ Дж, яка дорівнює кінетичній енергії продуктів розпаду.

Саме таке значення енергії, яка виділяється у цьому процесі, дають експериментальні дослідження на прискорювачах елементарних частинок.

Формула Ейнштейна (2.8) виражає фундаментальний закон природи, який називається законом еквівалентності маси й енергії. Виразивши релятивістський корінь

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

з формули (2.5), яка визначає релятивістський імпульс, і підставивши одержаний вираз у формулу (2.6), яка визначає повну енергію частинки,

одержимо формулу, що пов'язує повну енергію та релятивістський імпульс частинки:

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2. \quad (2.9)$$

З формули (2.9) випливає, що можлива така ситуація, коли частинка має енергію та імпульс, але її маса дорівнює нулю. Такі частинки називаються безмасовими. Для безмасових частинок зв'язок між енергією та імпульсом виражається простим співвідношенням:

$$E = pc.$$

До безмасових частинок належать фотони – кванти електромагнітного випромінювання. Безмасові частинки не можуть існувати в стані спокою, в усіх інерційних системах відліку вони рухаються зі швидкістю світла у вакуумі c .

Контрольні питання для самоперевірки

1. Чим відрізняється СТО від класичної механіки?
2. Як пов'язані маса тіла з його енергією?
3. Сформулюйте постулати СТВ.
4. Що таке інтервал?
5. При якій швидкості кінетична енергія релятивістської частинки дорівнює $\frac{mc^2}{2}$?
6. При якій швидкості кінетична енергія частинки дорівнює її енергії спокою?

3 МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

3.1 Загальні ознаки коливального руху

Коливання – це фізичні процеси, які повторюються. Приклади коливань: гойдання маятника годинника, коливання фортепіанної струни, зміна напруги між обкладинками конденсатора в контурі радіоприймача тощо.

Розрізняють такі коливання: механічні, електромагнітні, електромеханічні тощо. Коливання можуть бути як корисні, так можуть відігравати й негативну роль. Коливання моста, які виникають під час руху по ньому поїзда або автомобіля, вібрації крил літака – усе це процеси, які можуть призвести до катастрофічних наслідків. Корисність електричних коливань використовується у радіотехніці.

Різновиди коливань. Залежно від фізичного походження розрізняють коливання механічні, електромагнітні, електромеханічні тощо.

Залежно від особливостей діючих сил розрізняють:

1. **Вільні коливання**, що відбуваються в системі, яка виведена з положення рівноваги й надана самій собі.
2. **Вимушені коливання**, які здійснюються під впливом зовнішньої періодично змінної дії.
3. **Автоколивання**, які відбуваються за допомогою зовнішній дії, вплив якої на коливальну систему задається самою коливальною системою.
4. **Параметричні коливання**, що супроводжуються періодичною зміною якого-небудь параметра системи за допомогою зовнішньої дії.

3.2 Гармонічні коливання

Гармонічні коливання. Найпростішими є гармонічні коливання, під час яких величина, яка описує коливання, змінюється з часом за законом синуса або косинуса, тобто

$$\xi = \xi_m \cos(\omega t + \alpha) ,$$

де ξ – миттєве значення величини, яка описує коливальний рух; ξ – амплітуда (максимальне значення); $\omega t + \alpha$ – фаза коливання; α – початкова фаза; $\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота коливання; $\nu = 1/T$ – частота коливання; T – період коливань; t – час.

Як величина якості величини ξ можуть бути: $\xi = \{x, \phi\}$.

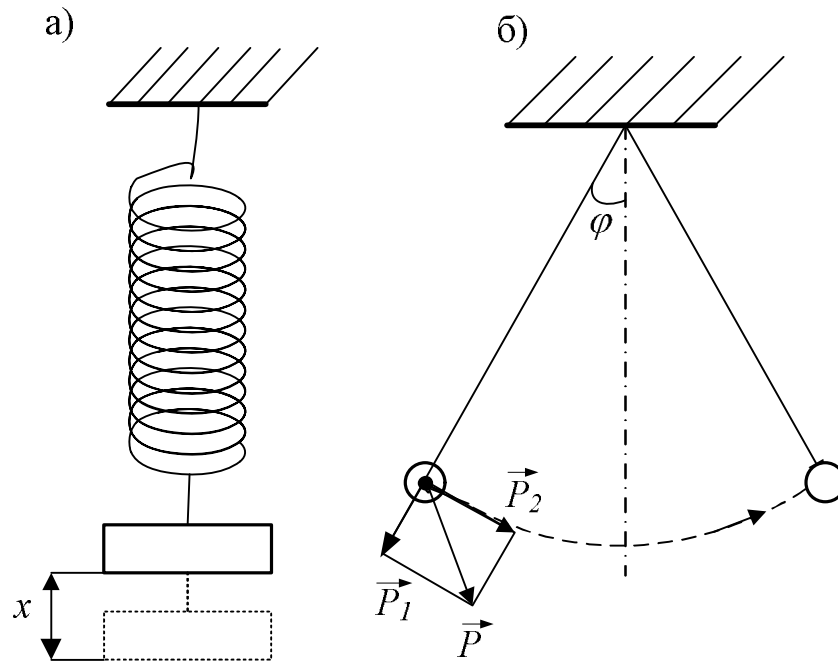


Рисунок 3.1 – x – зсув тіла, який висить на пружинці, від положення рівноваги (рис. 3.1, а); ϕ – відхилення тіла від положення рівноваги тіла на нитці (рис. 3.1, б)

Усі ці величини змінюються за гармонічним законом.

Вільні механічні коливання. Механічною коливальною системою називається система, у якій діє **квазіпружна** сила

$$F = -k x,$$

де x – зсув тіла від положення рівноваги; k – коефіцієнт пропорційності. Знак мінус у формулі говорить про те, що сила завжди спрямована до положення рівноваги.

Для системи тіло на пружині роль квазіпружної сили виконує сила пружності, а коефіцієнт k становить коефіцієнт пружності пружини.

Для математичного маятника (3.1, б) роль квазіпружної сили відіграє складова сили ваги

$$P_2 = mg \sin \phi,$$

де ϕ – кут відхилення, а роль зсуву – кут відхилення ϕ від положення рівноваги.

В коливальній системі, яка виведена з положення рівноваги й надана самій собі, виникають вільні механічні гармонічні коливання

$$x = a \cos(\omega_0 t + \alpha),$$

де ω_0 – циклічна частота вільних коливань

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

де m – маса тіла, яке коливається. Період вільних коливань

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Згасні механічні коливання. У будь-якій реальній механічній коливальній системі мають місце сили опору

$$F_r = -rv,$$

де v – швидкість тіла; r – коефіцієнт опору.

У цьому разі накопичена в коливальній системі енергія витрачається на роботу проти сил опору, енергія коливальної системи зменшується, і коливання стають загасними (рис. 3.2).

Зсув тіла від положення рівноваги описується такою формулою:

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

де a_0 – амплітуда в початковий момент часу; $\beta = r / 2m$ – коефіцієнт загасання; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота загасних коливань; ω_0 – частота вільних (незгасних) коливань.

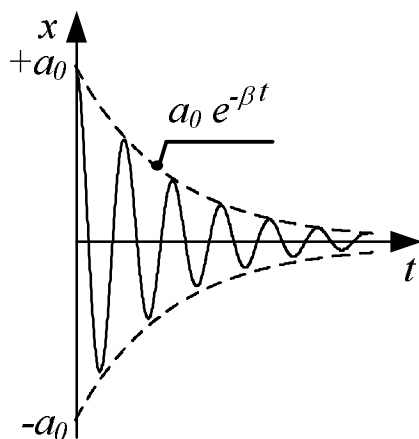


Рисунок 3.2

Отже, наявність сил опору в коливальній системі призводить не тільки до згасання коливань, але й зменшення їхньої частоти. Загасні коливання існують у коливальній системі за умови

$$\beta < \omega_0 .$$

При $\beta > \omega_0$ сили опору в коливальній системі настільки великі, що систему не можна розгойдати і, якщо вона виведена з положення рівноваги, то вертається до нього без коливань.

Як бачимо, наявність сил опору в механічній коливальній системі призводять не тільки до того, що коливання в системі стають згасаючими, але у цьому разі змінюється частота ω коливань порівнюючи з частотою ω_0 вільних коливань:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} .$$

Частота загасних коливань завжди менше, ніж частота вільних коливань.

Вимушені коливання – це коливання, які здійснюються в коливальній системі під дією зовнішньої періодичної сили:

$$F = F_0 \cos \omega t .$$

У цьому разі через деякий час у коливальній системі встановлюються гармонічні коливання

$$x = a \cos(\omega t - \phi)$$

з частотою, яка дорівнює частоті зовнішньої періодичної сили.

Амплітуда коливань описується такою формулою:

$$a = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} ,$$

де $\beta = r / 2m$ – коефіцієнт згасання; $\omega_0 = \sqrt{k / m}$ – частота вільних коливань системи; $f_0 = F_0 / m$; m – маса тіла, яке коливається.

При деякій частоті амплітуда вимушених коливань досягає максимального значення. Це явище називається резонансом, а частота, на якій досягається максимум амплітуди – **резонансною частотою**. Графік залежності амплітуди вимушених коливань від частоти називається резонансною кривою (рис. 3.3).

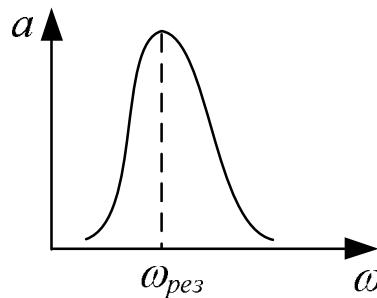


Рисунок 3.3

Резонансна частота вимушених коливань визначається такою формулою:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} .$$

При $2\beta^2 > \omega_0^2$ резонансу в системі не спостерігається.

Амплітуда коливань при резонансі дорівнює

$$a_{рез} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} .$$

3.3 Додавання гармонічних коливань однакового напрямку

Можливі випадки, коли тіло бере участь одночасно в декількох коливаннях, що відбуваються вздовж того самого або вздовж різних напрямків. Якщо, наприклад, підвісити кульку на пружині до стелі вагона, що гойдається на ресорах, то рух кульки відносно поверхні Землі буде складатися з коливань вагона відносно Землі й коливань кульки відносно вагона.

Розглянемо додавання двох гармонічних коливань однакового напрямку й однакової частоти. Зсув x тіла, що коливається, буде сумою зсувів x_1 і x_2 , які набудуть такого вигляду:

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1 \cos(\omega_0 t + \alpha_1) \\ x_2 &= a_2 \cos(\omega_0 t + \alpha_2) \end{aligned} .$$

Зобразимо коливання за допомогою векторів \vec{a}_1 і \vec{a}_2 (рис. 3.4).

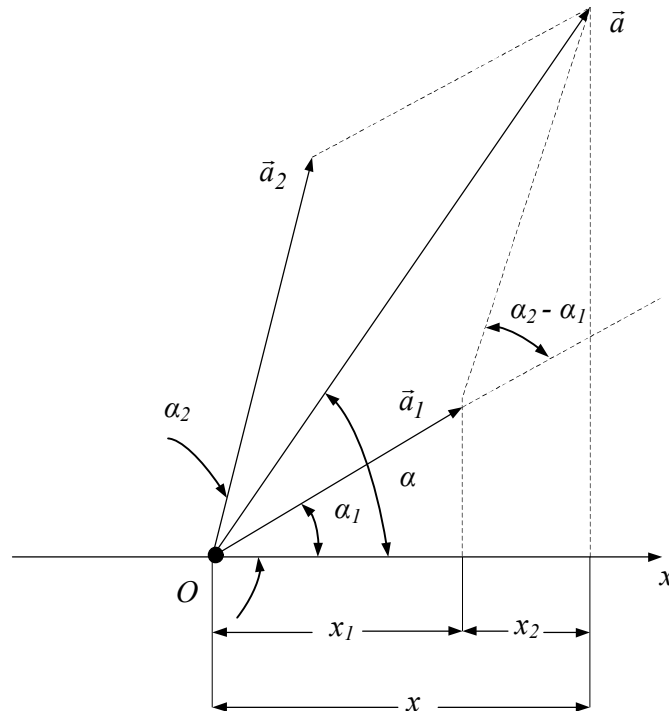


Рисунок 3.4

Побудуємо за правилами додавання векторів результуючий вектор \vec{a} . Легко побачити, що проекція цього вектора на вісь x дорівнює сумі проекцій векторів, що складаються:

$$x = x_1 + x_2.$$

Отже, вектор \vec{a} становить результуюче коливання. Цей вектор обертається з тою самою кутовою швидкістю ω_0 , як і вектори \vec{a}_1 і \vec{a}_2 , так що результуючий рух буде гармонічним коливанням із частотою ω_0 , амплітудою a та початковою фазою α . З побудови видно, що

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 \cos[\pi - (\alpha_2 - \alpha_1)] = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1),$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2}{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2}.$$

Отже, зображення гармонічних коливань за допомогою векторів дає можливість звести складання декількох коливань до операції складання векторів. Цей прийом буває особливо корисний, наприклад, в оптиці, де

світлові коливання в деякій точці визначаються як результат накладення багатьох коливань, що приходять в цю точку від різних ділянок хвильового фронту.

Проаналізуємо вираз для амплітуди вектора \vec{a} . Якщо різниця фаз обох коливань $\alpha_2 - \alpha_1$ дорівнює нулю, амплітуда результуючого коливання дорівнює сумі α_1 і α_2 . Якщо різниця фаз $\alpha_2 - \alpha_1$ становить $+\pi$ або $-\pi$, тобто обое коливання перебувають у протифазі, то амплітуда результуючого коливання дорівнює $|\alpha_1 - \alpha_2|$.

Якщо частоти коливань x_1 і x_2 неоднакові, вектори \vec{a}_1 і \vec{a}_2 будуть обертатися з різною швидкістю. У цьому разі результуючий вектор \vec{a} пульсує за величиною та обертається з непостійною швидкістю. Отже, результуючим рухом буде в цьому разі не гармонічне коливання, а деякий складний коливальний процес.

3.4 Математичний і фізичний маятники

Математичним маятником називають тіло невеликих розмірів, підвішене на тонкій нерозтяжній нитці, масою якої можна знехтувати в порівнянні з масою тіла. У положенні рівноваги сила тяжіння $m\vec{g}$ врівноважується силою натягу нитки $\vec{F}_{\text{упр}}$.

При відхиленні маятника з положення рівноваги на деякий кут φ з'являється дотична складова сили тяжіння $F_\tau = -mg \sin \varphi$ (рис. 3.5). Знак «мінус» у цій формулі означає, що дотична складова спрямована в бік, протилежну відхиленню маятника.

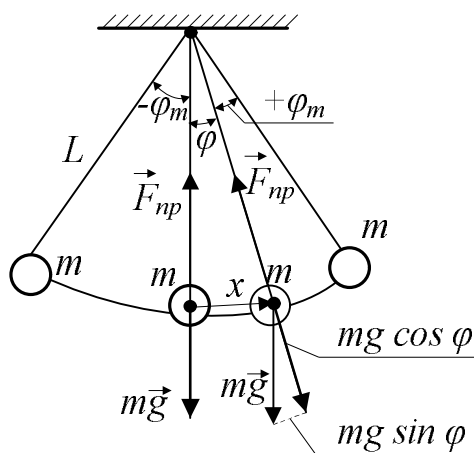


Рисунок 3.5

Якщо позначити через x лінійний зсув маятника від положення рівноваги по дузі кола радіуса l , то його кутовий зсув дорівнюватиме $\varphi = x / l$. Другий закон Ньютона, записаний для проекцій векторів прискорення і сили на напрям дотичної, дає:

$$ma_{\tau} = F_{\tau} = -mg \sin \frac{x}{l}$$

Це співвідношення доводить, що математичний маятник становить складну **нелінійну** систему, оскільки сила, що намагається повернути маятник у стан рівноваги, пропорційна не зсуву x , а $\sin \frac{x}{l}$.

Тільки у випадку малих коливань, коли приблизно $\sin \frac{x}{l}$ можна замінити на $\frac{x}{l}$, математичний маятник є гармонічним осцилятором, тобто системою, здатною утворювати гармонічні коливання. Практично таке наближення слушне для кутів порядку $15\text{--}20^\circ$; до того ж величина $\sin \frac{x}{l}$ відрізняється від $\frac{x}{l}$ не більше, ніж на 2 %. **Коливання маятника при більших амплітудах не є гармонічними.**

Для малих коливань математичного маятника другий закон Ньютона записується у такому вигляді:

$$ma_{\tau} = -m \frac{g}{l} x .$$

Отже, тангенціальне прискорення a_{τ} маятника пропорційно його зсуву x , узятому зі зворотним знаком. Це саме та умова, за якої система є гармонічним осцилятором. За загальним правилом для всіх систем, здатних робити вільні гармонічні коливання, модуль коефіцієнта пропорційності між прискоренням і зсувом із положення рівноваги дорівнює квадрату кругової частоти:

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} .$$

Ця формула виражає *власну частоту малих коливань математичного маятника*.

Отже,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Будь-яке тіло, насаджене на горизонтальну вісь обертання, здатне робити в полі тяжіння вільні коливання, стає також маятником. Такий маятник прийнято називати **фізичним** (рис. 3.6). Він відрізняється від математичного тільки розподілом мас. У положенні стійкої рівноваги центр мас C фізичного маятника перебуває нижче осі обертання O на вертикалі, що проходить через вісь. При відхиленні маятника на кут φ виникає момент сили тяжіння, що прагне повернути маятник у положення рівноваги:

$$M = - (mg \sin \varphi) d,$$

де d – відстань між віссю обертання та центром мас C .

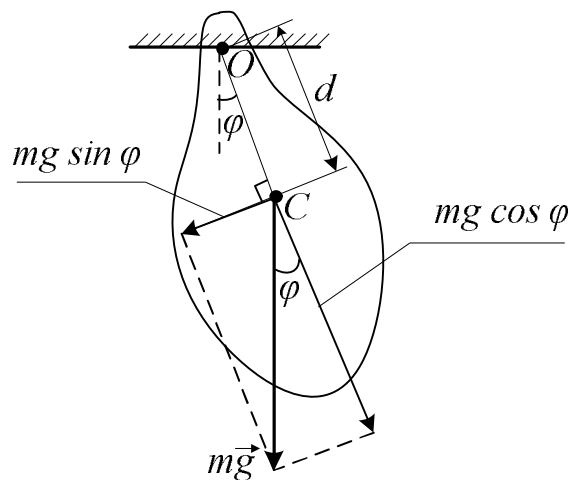


Рисунок 3.6

Знак «мінус» у цій формулі означає, що момент сил намагається повернути маятник у напрямку, протилежному його відхиленню з положення рівноваги. Як і у випадку математичного маятника момент, що повертає, M пропорційний $\sin \varphi$. Це означає, що тільки при малих кутах φ , коли $\sin \varphi \approx \varphi$, фізичний маятник здатний робити вільні гармонічні коливання. У разі малих коливань

$$M = - m g d \varphi$$

і другий закон Ньютона для фізичного маятника має такий вигляд:

$$I \varepsilon = M = - m g d \varphi.$$

де ε – кутове прискорення маятника; I – момент інерції маятника відносно осі обертання O . Модуль коефіцієнта пропорційності між прискоренням і зсувом дорівнює квадрату кругової частоти:

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}},$$

де ω_0 – *власна частота малих коливань фізичного маятника*.

Отже,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}.$$

Чіткіше виведення формул для ω_0 і T можна зробити, якщо взяти до уваги математичний зв'язок між кутовим прискоренням і кутовим зсувом: кутове прискорення ε є друга похідна кутового зсуву φ за часом $\varepsilon(t) = \ddot{\varphi}(t)$, тому рівняння, що виражає другий закон Ньютона для фізичного маятника, можна записати у такому вигляді:

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgd}{I} \varphi = 0.$$

Це рівняння вільних гармонічних коливань. Коефіцієнт $\frac{mgd}{I}$ у цьому рівнянні має значення квадрата кругової частоти вільних гармонічних коливань фізичного маятника.

За теоремою про паралельне перенесення осі обертання (теорема Штейнера) момент інерції I можна виразити через момент інерції I_C відносно осі, що проходить через центр мас C маятника та паралельної осі обертання:

$$I = I_C + md^2.$$

Остаточно для кругової частоти ω_0 вільних коливань фізичного маятника можна записати вираз

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_C + md^2}} .$$

3.5 Енергія гармонічного коливання

Квазіпружна сила є консервативною. Тому повна енергія гармонічного коливання повинна залишатися сталою. У процесі коливань, як ми з'ясували вище, відбувається перетворення кінетичної енергії в потенціальну та навпаки, до того ж у моменти найбільшого відхилення з положення рівноваги повна енергія E складається тільки з потенціальної енергії, яка досягає свого найбільшого значення $E_{p\max}$:

$$E = E_{p\max} = \frac{ka^2}{2} .$$

Під час проходження системи через положення рівноваги повна енергія складається тільки з кінетичної енергії, яка в ці моменти досягає свого найбільшого значення $E_{k\max}$:

$$E = E_{k\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{ma^2\omega_0^2}{2}$$

Вище було зазначено, що амплітуда швидкості дорівнює $a\omega_0$. Легко бачити, що вирази дорівнюють один одному, оскільки $k = m\omega_0^2$.

З'ясуємо, як змінюється згодом кінетична E_k і потенціальна E_p енергія гармонічного коливання. Кінетична енергія становить

$$E_k = \frac{m\dot{x}^2}{2} = \frac{ma^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \alpha) .$$

Потенціальна енергія виражається такою формулою:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{ka^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \alpha) .$$

Складаючи ці вирази, одержимо

$$E = E_k + E_p = \frac{ka^2}{2} ,$$

що збігається з отриманим вище виразом для енергії. Отже, повна енергія гармонічного коливання дійсно виявляється постійною.

Використовуючи відомі формули тригонометрії, вирази E_k і E_p набувають такого вигляду:

$$E_k = E \sin^2(\omega_0 t + \alpha) = E \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2(\omega_0 t + \alpha) \right] ,$$

$$E_p = E \cos^2(\omega_0 t + \alpha) = E \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega_0 t + \alpha) \right] ,$$

де E – повна енергія системи. З формул видно, що E_k і E_p змінюються з частотою $2\omega_0$, тобто з частотою, яка в 2 рази перевищує частоту гармонічного коливання.

На рисунку 3.7 наведено графіки для x , E_k і E_p .

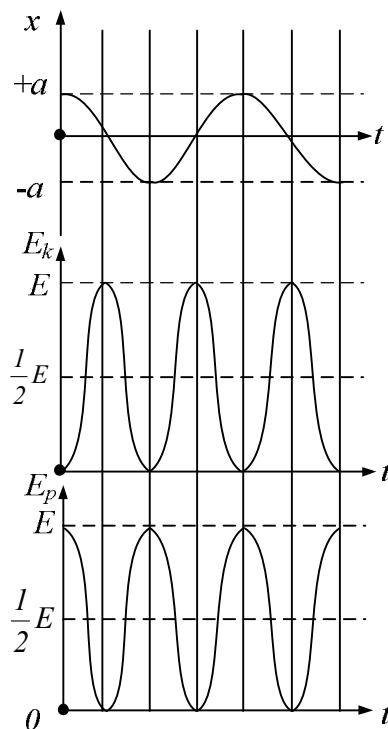


Рисунок 3.7

Середнє значення квадрата синуса і квадрата косинуса становить, як відомо, половину. Отже, середнє значення E_k збігається із середнім значенням E_p і дорівнює $E/2$.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Що називається математичним маятником?
2. Від чого залежить період коливань математичного маятника?
3. Чому коливання називаються гармонічними, чим вони викликаються?
4. Що називається фізичним маятником?
5. Чим відрізняється фізичний маятник від математичного?
6. Як визначається резонансна частота вимушених коливань?
7. Які коливання називаються вимушеними, загасними?

4 МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

4.1 Молекулярно-кінетична теорія (далі –МКТ).

Головні положення МКТ

Молекулярна фізика і термодинаміка – це розділи фізики, які вивчають макроскопічні властивості тіл залежно від їхньої молекулярної будови.

Термодинамічною системою називається сукупність макроскопічних об'єктів (тіл і полів), які обмінюються між собою енергією у формі роботи й теплоти.

Молекулярна фізика так звана молекулярно-кінетична теорія) використовує статистичний метод, тобто розглядає поведінку термодинамічних систем, що складаються з величезного числа частинок (атомів, молекул), на основі ймовірнісних моделей.

Термодинаміка, на відміну від молекулярно-кінетичної теорії, вивчаючи властивості макроскопічних систем, не спирається на уявлення про молекулярну структуру речовини. Термодинаміка є наукою феноменологічною. Вона досліджує властивості речовини на підставі встановлених із дослідів законів, таких як закон збереження енергії. Термодинаміка оперує тільки з макроскопічними величинами (тиск, температура, об'єм, тощо)

Головні положення молекулярно-кінетичної теорії (молекулярної фізики):

1. Усі тіла – рідкі, тверді й газоподібні – складаються з атомів і молекул найдрібніших частинок речовини.

2. Атоми та молекули знаходяться у безперервному хаотичному русі.

3. Частинки взаємодіють між собою за допомогою електромагнітних сил.

Броунівський рух – хаотичний рух завислих частинок у розчині, які можна спостерігати у мікроскоп, – є експериментальним підтвердженням положень молекулярно-кінетичної теорії.

У молекулярній фізиці як одиниця маси використовується атомна одиниця маси (а.о.м):

$$1 \text{ а. о. м} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Кількість речовини – це відношення числа молекул тіла, до числа молекул, що міститься в 12 г вуглецю ^{12}C . Кількість речовини позначається ν і вимірюється в молях:

$$\nu = \frac{N}{N_A}.$$

де $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – число Авогадро.

Один моль – це кількість речовини, що містить стільки молекул, скільки їх є в 0,012 кг вуглецю ^{12}C . Число молекул в молі будь-якої речовини те саме й дорівнює числу Авогадро N_A .

Молярну масу μ , це маса речовини у кількості 1 моль:

$$\mu = N_A \cdot m_0 .$$

де m_0 – маса молекули. Одиниця вимірювання молярної маси μ є кілограм, поділений на моль (кг/моль).

4.2 Основне рівняння МКТ, температура, закон Дальтона

Ідеальний газ – це газ, в якому відсутня взаємодія між його молекулами, крім пружних зіткнень між ними. Зі стінками посудини молекули ідеального газу також пружно стикаються, утворюючи тиск. Об'єм молекули ідеального газу вважається нехтовно малим порівнюючи з об'ємом посудини, в якій знаходиться газ. Модель ідеального газу досить добре описує поведінку реальних газів в широкому діапазоні тисків і температур.

Завдання молекулярно-кінетичної теорії полягає в тому, щоб встановити зв'язок між середніми значеннями мікроскопічних параметрів (таких як маса, швидкість, кінетична енергія) і макроскопічними параметрами (тиском, об'ємом, температурою).

Обчислимо тиск на стінку посудини, який утворює ідеальний газ. Через взаємодію кожної молекули зі стінкою посудини проекція v_x її швидкості змінює свій знак на протилежний, а проекція v_y залишається незмінною (рис. 4.1, де – вісь x перпендикулярна до стінки посудини).

Розглянемо ділянку плоскої стінки посудини – круг площею S (рис. 4.2). За час Δt із цією ділянкою зіткнуться всі молекули, які знаходяться в циліндрі з площею основи S і висотою $v_x \Delta t$ і проекція швидкості яких на вісь x дорівнює v_x .

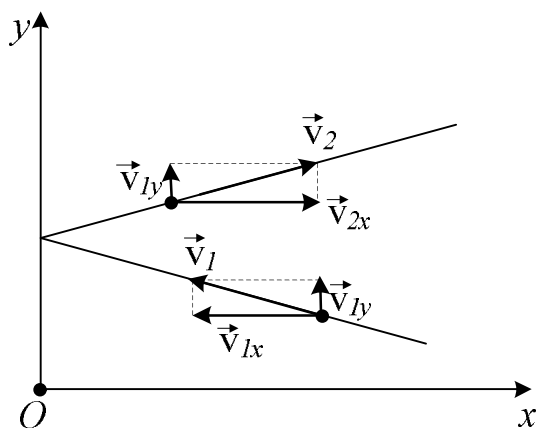


Рисунок 4.1

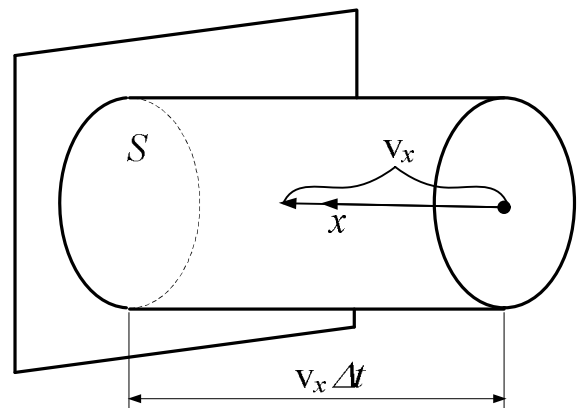


Рисунок 4.2

Якщо n – концентрація молекул газу в посудині, то число молекул в об'ємі циліндра є $N = nSv_x\Delta t$. Число ударів молекул по ділянці поверхні стінки посудини площею S за час Δt дорівнює $\frac{1}{2}nSv_x\Delta t$. У цьому разі коефіцієнт $\frac{1}{2}$ виник унаслідок того, що половина молекул, модуль проекції швидкості яких на вісь x дорівнює додатній величині v_x , віддаляється від стінки посудини. Одна молекула під час зіткнення зі стінкою віддає їй імпульс $2m_0v_x$; N молекул за час Δt віддають імпульс

$$K = m_0 n S v_x^2 \Delta t. \quad (4.1)$$

Тиск, який створюють молекули газу на стінки посудини, буде визначатися так:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{K}{\Delta t} \cdot \frac{1}{S} = n m_0 v_x^2.$$

Формулу для визначення середнього тиску газу на стінку посудини можна записати у такому вигляді:

$$\langle p \rangle = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle; \quad (4.2)$$

де $\langle v^2 \rangle$ – квадрат середньоквадратичної швидкості молекул газу; m_0 – маса молекули; $\langle E_k \rangle$ – середнє значення кінетичної енергії молекул газу за певною температурою у посудині, коефіцієнт $1/3$ виник унаслідок тривимірності нашого простору, а при виведенні формули (4.1) ми користувалися одновимірною моделлю.

Формула (1.5) – це **основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів**.

Підставивши у (1.5) тиск із рівняння стану ідеального газу $p = nkT$ отримаємо

$$\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Середня кінетична енергія теплового руху молекул газу пропорційна абсолютній температурі.

Отже, середня кінетична енергія хаотичного руху молекул газу пропорційна абсолютній температурі, яка є мірою середньої кінетичної енергії поступального руху молекул.

Закон Дальтона: тиск суміші хімічно не взаємодіючих газів дорівнює сумі їх парціальних тисків:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots) kT,$$

де p_1, p_2, \dots – парціальні тиски компонентів у суміші; n_1, n_2, n_3 , – концентрації молекул газів-компонентів суміші.

Парціальним називається тиск одного з компонентів суміші газів.

4.3 Рівняння стану ідеального газу

Рівнянням стану ідеального газу (рівняння Менделєєва – Клапейрона) має вигляд:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (4.3)$$

де p – тиск, V – об'єм, m – маса, μ – молярна маса; T – температура газу; $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$ – універсальна газова стала.

Підставивши у (4.3) визначення кількості речовини

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$$

і концентрації

$$n = \frac{N}{V},$$

отримаємо рівняння стану ідеального газу у такій формі:

$$p = nkT.$$

Універсальна газова стала R так пов'язана зі сталою Больцмана:

$$R = k N_A.$$

Рівняння Менделєєва – Клапейрона для одного моля ідеального газу має вигляд:

$$pV = RT.$$

Закон Авогадро за нормальних умов

$$T_n = 273,15 \text{ K} , \quad p_n = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

1 моль ідеального газу займає той самий об'єм:

$$V_0 = 0,0224 \text{ м}^3/\text{моль} = 22,4 \text{ дм}^3/\text{моль}.$$

4.4 Ізопроцеси

Рівноважний стан – це такий стан термодинамічної системи, при якому у кожній її точці термодинамічні параметри мають однакові значення (p , V і T).

Рівноважний процес – це нескінченно повільний перехід із одного рівноважного стану в інший.

Рівноважні процеси можна зобразити на координатній площині (p , V) у вигляді кривої, кожна точка якої відповідає певному рівноважному станові.

Ізопроцес – це рівноважний процес, при якому один із трьох параметрів (p , V або T) залишається незмінним.

4.4.1 Ізотермічний процес

Ізотермічний процес – це ізопроцес, що протікає за постійної температури:

$$T = \text{const}.$$

Рівняння ізотермічного процесу таке:

$$PV = \text{const}$$

називається законом Бойля-Маріотта.

На координатній площині (V, p) ізотермічні процеси зображуються при різних значеннях температури T сімейством гіпербол (рис. 4.3), які називаються **ізотермами** ($T_2 > T_1$).

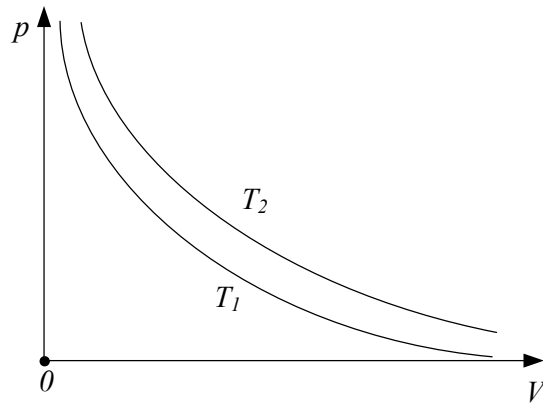


Рисунок 4.3

4.4.2 Ізохорний процес

Ізохорний процес – це ізопроцес нагрівання або охолодження газу при постійному об’ємі V :

$$V = \text{const.}$$

Рівняння ізохорного процесу

$$\frac{p}{T} = \text{const}$$

називається законом Шарля.

На координатній площині (T, p) ізохорні процеси для заданої кількості речовини ν при різних значеннях об’єму V зображуються сімейством прямих – ізохор, які проходять через початок координат (рис. 4.4). Більшим значенням об’єму відповідають ізохори з меншим нахилом відносно осі температур ($V_2 > V_1$).

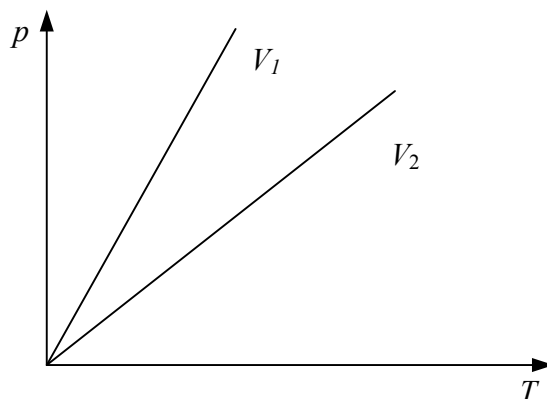


Рисунок 4.4

4.4.3 Ізобарний процес

Ізобарним процесом називають ізопроцес, який протікає за незмінним тиском p :

$$p = \text{const.}$$

Рівняння ізобарного процесу

$$\frac{V}{T} = \text{const}$$

називають законом Гей-Люсака.

На координатній площині (T, V) ізобарні процеси за різними значеннями тиску p зображуються сімейством прямих – ізобар (рис. 4.5), які проходять через початок координат. Більшим значенням тиску відповідають ізобари з меншим кутом нахилу до горизонтальної осі ($p_2 > p_1$).

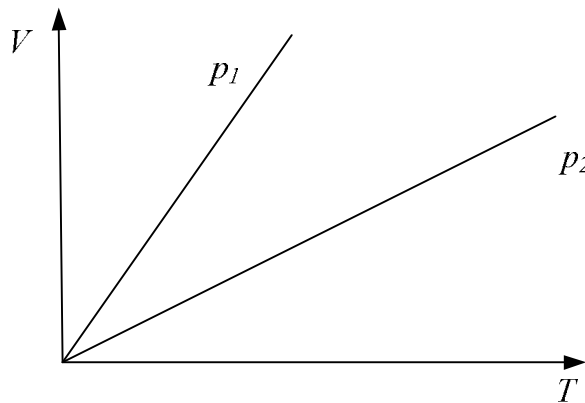


Рисунок 4.5

4.4.4 Адіабатичний процес

Адіабатичний процес – це ізопроцес, який протікає без теплообміну із навколишнім середовищем.

Рівняння Пуассона – це рівняння, яке описує адіабатичний процес:

$$pV^\gamma = \text{const} ,$$

де $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ – коефіцієнт Пуассона або показник адіабати, c_v , c_p – теплоємності при постійному тиску та об'ємі відповідно.

4.5 Рівняння Ван-дер-Ваальса стану реального газу

Рівняння Ван-дер-Ваальса, записане для 1 моля газу має такий вигляд:

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT ,$$

де a , b – постійні Ван-дер-Ваальса, які для різних газів мають різні значення. Молярний об'єм V_m у системі СІ вимірюється у метрах на моль ($\text{м}^3/\text{моль}$), константа a – у $\text{Па} \cdot \text{м}^6/\text{моль}^2$, а константа b – у $\text{м}^3/\text{моль}$. Поправка a/V_m^2 дорівнює додатковому тиску, який обумовлений взаємним притяганням молекул. Поправка b дорівнює загальному об'ємові молекул; і цей об'єм є недосяжним для руху цих самих молекул.

4.6 Випаровування, конденсація, кипіння.

Насичена і ненасичена пара

Є три агрегатні стани речовини – твердий, рідкий і газоподібний.

Фазовий перехід – це перехід з одного стану в інший. Випаровування та конденсація є прикладами фазових переходів.

Випаровування – це фазовий перехід із рідкого стану в газоподібний.

Конденсація – це фазовий перехід, обернений до процесу випаровування. У процесі конденсації молекули пари повертаються в рідину.

Якщо рідина разом зі своєю парою знаходиться у замкненій посудині, то двофазна система «пара-рідина» знаходиться у стані динамічної рівноваги: кількість молекул, які залишають рідину, дорівнює кількості молекул, що повертаються з пари у рідину.

Насичена пара – це пара, яка знаходиться у рівновазі зі своєю рідиною.

Тиск насиченої пари p_0 залежить тільки від її температури та не залежить від об'єму.

Ізотерми термодинамічної системи «рідина-пара» як криві на координатній площині (V, P) наведено на рисунку 4.6. На цьому рисунку: область I відповідає рідині, область II – фазі «рідина-пара», область III – парі, K – критична точка, через яку проходить ізотерма із критичним значенням температури $T_{кр}$ (критична ізотерма). Під час прямування температури системи «рідина-пара» до нуля зникає відмінність між рідким і газоподібними станами,

обертаються в нуль питома теплота пароутворення λ (питома теплота пароутворення – кількість теплоти, необхідна для перетворення 1 кг рідини у пару) і коефіцієнт поверхневого натягу α (про коефіцієнт поверхневого натягу див. розділ 4.7). Докритичні ізотерми ($T < T_{кр}$) становлять криві неперервного переходу речовини з газоподібного у рідкий стан (якщо по ізотермі рухатися справа-знизу в ліво-вгору). Надкритичні ізотерми ($T > T_{кр}$) описують поведінку перегрітої пари та їхнім аналітичним рівнянням при певних умовах є рівнянням Ван-дер-Ваальса. На рисунку 4.6 ламана ABC показує, як може речовина із газоподібного стану перейти у рідкий стан, минаючи двофазну область.

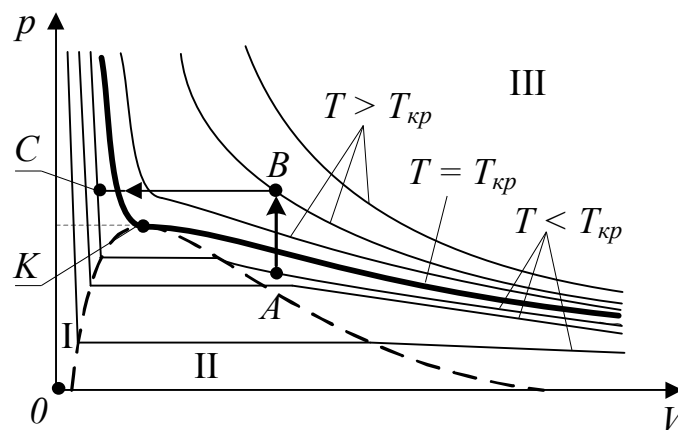


Рисунок 4.6

4.7 Властивості рідин. Поверхневий натяг

На відміну від твердих тіл, які мають як ближній так і дальній порядок, рідини мають тільки ближній порядок (рис. 4.7, а – неупорядкована система кіл, рис. 4.7, б – система кіл із ближнім порядком). Молекули рідини можуть залишати своє місце, обумовлене ближнім порядком, і мандрувати по всьому об'ємові рідини. Цим пояснюється плинність рідини.

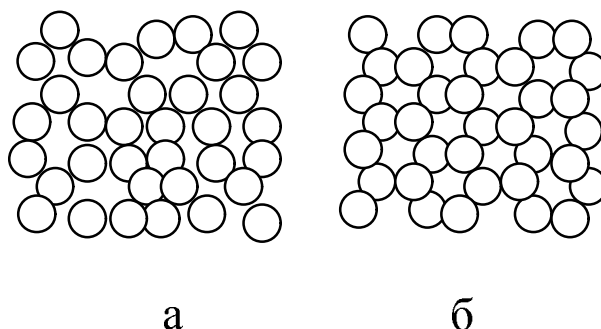


Рисунок 4.7

Поверхня рідини має додаткову енергію у порівнянні з об'ємом рідини. На поверхні молекула рідини оточена іншими молекулами тієї ж самої рідини не з усіх боків. Тому з'являється деяка рівнодійна сила, спрямована углиб рідини, а поверхня рідини набуває додаткову енергію.

Коефіцієнт поверхневого натягу σ дорівнює роботі A , яка йде на збільшення площі поверхні рідини при постійній температурі на $\Delta S = 1 \text{ м}^2$:

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S}.$$

Рівноважному стану термодинамічної системи відповідає мінімальне значення її потенціальної енергії. Тому вільна поверхня рідини намагається зменшити свою площу. З цієї причини вільна крапля рідини набуває кулястої форми. Сили поверхневого натягу діють вздовж дотичної до поверхні рідини, що скорочують (стягують) цю поверхню.

Інше визначення коефіцієнту поверхневого натягу:

Коефіцієнт поверхневого натягу σ дорівнює модулю сили поверхневого натягу F_n , яка діє на одиницю довжини L лінії, що обмежує поверхню:

$$\sigma = \frac{F_n}{L}.$$

Якщо сили взаємодії молекул рідини твердого тіла більше за сили взаємодії між молекулами самої рідини, то рідина змочує поверхню твердого тіла. В цьому випадку рідина підходить до поверхні твердого тіла під деяким гострим кутом θ , характерним для системи «рідина – тверде тіло» (рис. 4.8, а). Кут θ називається крайовим кутом. Якщо сили взаємодії між молекулами рідини перевершують сили їхньої взаємодії з молекулами твердого тіла, то крайовий кут θ є тупим (рис. 4.8, б). В цьому разі говорять, що рідина не змочує поверхню твердого тіла. При повному змочуванні – $\theta = 0$, а при повному незмочуванні – $\theta = 180^\circ$.

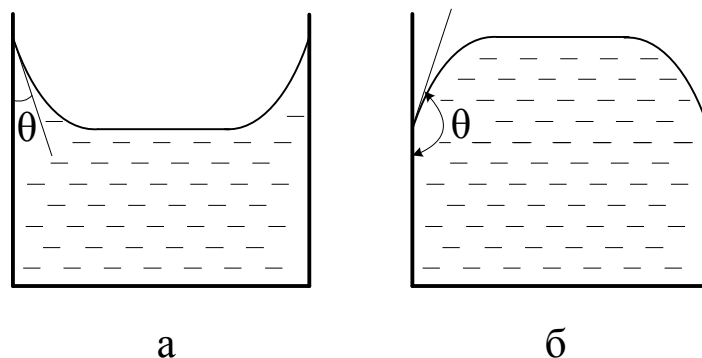


Рисунок 4.8

Капілярні явища виникають при зануренні капіляра (трубочки з дуже малим діаметром) у рідину і полягають у підйомі або опусканні рідини всередині капіляра.

На рисунку 4.9 зображено капілярну трубку деякого радіусу r , опущену нижнім кінцем в змочувальну рідину з густиною ρ . Верхній кінець капіляра відкритий. Підйом рідини в капілярі триває доти, доки сила тяжіння \vec{F}_T , що діє на стовп рідини в капілярі, не стане рівною за модулем результуючою F_H сил поверхневого натягу, що діють уздовж межі зіткнення рідини з поверхнею капіляра:

$$F_T = F_H, \text{ де } F_T = mg = \rho h \pi r^2 g, F_H = \sigma 2\pi r \cos \theta.$$

Звідси випливає, що висота підйому рідини всередині капіляра визначається формулою:

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r}.$$

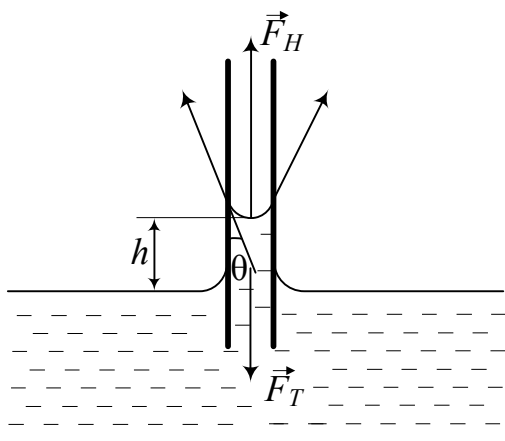


Рисунок 4.9

При повному змочуванні:

$$\theta = 0, \cos \theta = 1,$$

висота h підйому рідини всередині капіляра визначається так:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}.$$

При повному незмочуванні:

$$\theta = 180^\circ, \cos \theta = -1,$$

рівень рідини в капілярі нижчий за рівень рідини в посудині, в яку опущено капіляр:

$$h < 0.$$

Наприклад, вода піднімається в капілярі, ртуть – опускається.

4.8 Термодинаміка. Внутрішня енергія

Внутрішня енергія – це енергія, що знаходиться усередині термодинамічної системи. Вона складається з кінетичної енергії усіх атомів і молекул і потенціальної енергії взаємодії між ними. Внутрішня енергія ідеального газу дорівнює сумі кінетичних енергій усіх його молекул.

Внутрішня енергія одного моля ідеального одноатомного газу визначається такою формулою:

$$U = \frac{3}{2} N_A k T = \frac{3}{2} R T.$$

Внутрішня енергія є функцією стану, тобто залежить від термодинамічних параметрів – об'єму, тиску й температури.

Внутрішню енергію термодинамічної системи можна змінити, якщо над системою виконати роботу. У термодинаміці роботу обчислюють за такою формулою:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

де V_1 і V_2 – відповідно початковий і кінцевий об'єми термодинамічної системи.

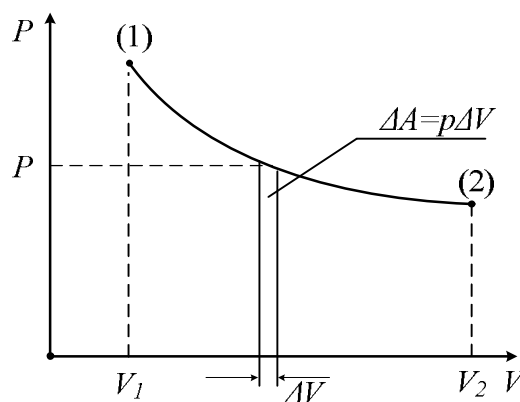


Рисунок 4.10

Робота дорівнює площі криволінійної трапеції під графіком функції $p(V)$ (рис. 4.10).

4.9 Кількість теплоти. Перший закон термодинаміки

Внутрішня енергія термодинамічної системи може також змінюватися внаслідок надання (або відбирання) системі тепла. Якщо внутрішня енергія однієї термодинамічної системи збільшується, а іншої – зменшується і обидві системи перебувають у тепловому контакті, тоді спостерігається тепловий потік від однієї системи до іншої.

Кількість тепла Q , яку отримує система – це зміна внутрішньої енергії цієї системи внаслідок теплообміну.

Перехід тепла від одного тіла до іншого може відбуватися тільки за наявності різниці температур між ними. Тепловий потік завжди направлений від гарячого тіла до холодного.

На рисунку 4.11 показано, що внутрішня енергія U термодинамічної системи збільшується при наданні системі кількості тепла Q . Внутрішня енергія системи зменшується, якщо система виконує роботу над зовнішніми тілами – розширюється.

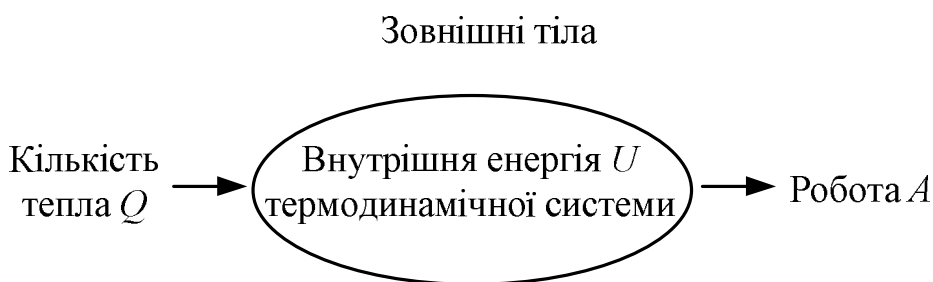


Рисунок 4.11

Перший закон термодинаміки формулюється у такий спосіб

Змінити внутрішню енергію термодинамічної системи можна двома засобами:

- 1) надати системі кількість тепла Q ;
- 2) здійснити над системою роботу A' :

$$\Delta U = Q - A'.$$

Термодинамічна система сама може виконати роботу над зовнішніми тілами A , яка дорівнює мінус роботі A' , яку зовнішні тіла виконують над цією системою:

$$A = A'.$$

Тоді перший закон термодинаміки можна сформулювати в іншій формі: кількість теплоти, отримана системою, йде на зміну її внутрішньої енергії та здійснення роботи над зовнішніми тілами:

$$Q = \Delta U + A.$$

Робота в ізохорному процесі дорівнює нулю, оскільки система не змінює свого об'єму.

Робота під час ізобарного процесу визначається так:

$$A = p (V_2 - V_1) = p \Delta V.$$

Тому перший закон термодинаміки для ізобарного процесу можна записати у вигляді:

$$Q = \Delta U + p \Delta V.$$

При ізобарному розширенні – тепло $Q > 0$ поглинається термодинамічною системою, і водночас система здійснює додатну роботу $A > 0$. У разі ізобарного стискання термодинамічна система віддає тепло ($Q < 0$) зовнішнім тілам і її робота над зовнішніми тілами є від'ємною: $A < 0$.

Під час ізотермічного процесу внутрішня енергія термодинамічної системи не змінюється, оскільки температура системи не змінюється, а перший закон термодинаміки набуває вигляду:

$$Q = A,$$

тобто кількість тепла Q , яку отримує система під час ізотермічного процесу дорівнює роботі, яку здійснює система над зовнішніми тілами.

Перший закон термодинаміки під час адіабатичного процесу має такий вигляд:

$$A = -\Delta U,$$

тобто термодинамічна система виконує роботу шляхом зменшення її внутрішньої енергії.

Роботу під час адіабатичного процесу можна просто виразити через температури T_1 початкового і T_2 кінцевого станів:

$$A = C_V (T_2 - T_1),$$

де C_V – молярна теплоємність термодинамічної системи, виміряна при постійному об'ємі.

Молярна теплоємність C – це кількість тепла, яку необхідно надати системі, щоб її температура зросла на 1 K . У системі СІ одиницею вимірювання молярної теплоємності є $1\text{ Дж}/(\text{K}\cdot\text{моль})$. У цьому разі кількість речовини у системі дорівнює 1 моль .

4.10 Теплоємність ідеального газу

Питома теплоємність – це кількість тепла, яку необхідно надати термодинамічній системі масою 1 кг , щоб її температура збільшилась на 1 K :

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} ,$$

де Q – кількість тепла, при наданні якої термодинамічній системі маси m температура останньої збільшиться на ΔT .

Питома теплоємність c – це теплоємність одиниці маси речовини – так пов'язана з молярною теплоємністю C – з теплоємністю одного моля речовини:

$$C = c \mu ,$$

де μ – молярна маса речовини.

Розрізняють два різновиди молярної теплоємності: C_V – молярну теплоємність, виміряну при постійному об'ємі, C_p – молярну теплоємність, виміряну при постійному тиску.

Під час ізохорного процесу згідно з першим законом термодинаміки для молярної теплоємності C_V можна записати:

$$C_V = \left(\frac{Q}{\nu \cdot \Delta T} \right)_{V=\text{const}} ,$$

де Q – кількість тепла, при наданні якої термодинамічній системі, кількість речовини якої є ν , температура останньої збільшиться на ΔT .

Під час ізобарного процесу маємо відповідно:

$$C_p = \left(\frac{Q}{\Delta T} \right)_{p=\text{const}} = C_V + p \frac{\Delta V}{\Delta T} .$$

Формула Майєра виражає зв'язок між молярними теплоємкостями C_p і C_V :

$$C_p = C_V + R .$$

Число i ступенів вільності молекули – це кількість координат молекули, які задають положення та орієнтацію молекули у тривимірному просторі.

Будь-яка молекула має три поступальних ступені вільності ($i_{\text{пост}} = 3$). Число $i_{\text{оберт}}$ обертальних ступенів вільності в одноатомної молекули дорівнює нулю, у двоатомної – двом, а якщо атомів у молекулі три та більше – трьом.

Закон про рівний розподіл енергії молекули за ступенями вільності: на кожний ступінь вільності молекули припадає енергія:

$$\frac{1}{2}kT .$$

Тоді молярні теплоємності газу C_p і C_V і коефіцієнт Пуассона γ можна виразити через число ступенів вільності i :

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2}R, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} .$$

4.11 Теплові двигуни. Термодинамічні цикли. Цикл Карно

Тепловий двигун – це прилад, який працює циклічно і здатний перетворювати отримане ззовні тепло на механічну роботу. Циклічні процеси зображуються на діаграмі (V, p) у вигляді замкнених кривих – циклів (рис. 4.12). Робота за цикл дорівнює площі циклу 1, 2, 3, 4. Робота A додатна, якщо цикл обходити за годинниковою стрілкою.

Робоче тіло (газ, пара) отримує від нагрівача (зовнішньої термодинамічної системи з вищою температурою) деяку кількість тепла Q_1 і віддає холодильнику (зовнішній системі з нижчою температурою) кількість тепла Q_2 .

Коефіцієнт корисної дії η теплової машини – це відношення роботи A до кількості теплоти Q_1 , отриманої робочим тілом за цикл від нагрівача, що має такий вигляд:

$$\eta = \frac{A_{\text{кор}}}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1},$$

де $A_{\text{кор}}$ – корисна робота – різниця кількостей тепла Q_1 і Q_2 :

$$A_{\text{кор}} = Q_1 - |Q_2| .$$

Цикл Карно – це круговий процес, що складається з двох ізотерм (1-2), (3-4) і двох адіабат (2-3), (4-1) (рис. 4.12).

Теорема Карно: коефіцієнт корисної дії η усіх оборотних машин (таких теплових двигунів, які на діаграмі (V, p) можуть здійснювати цикл як за годинниковою, так і проти годинникової стрілки), які працюють у однакових умовах, однаковий і визначається тільки температурами нагрівача й холодильниками:

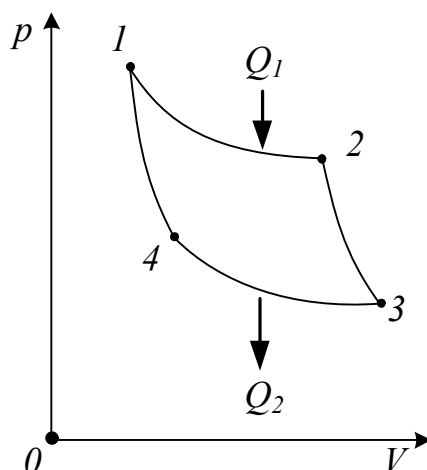


Рисунок 4.12

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \quad (4.5)$$

де T_1 – температура нагрівача; T_2 – температура холодильника.

Оборотні машини працюють за циклом Карно, тому формула (4.5) визначає коефіцієнт корисної дії і для циклу Карно.

4.12 Необоротність теплових процесів. Другий закон термодинаміки

Необоротний процес – це термодинамічний процес, який може протікати тільки в одному напрямку. Наприклад, тепло переходить зазвичай від теплішого тіла до холоднішого.

Оборотний процес – це термодинамічний процес, під час якого система переходить з одного рівноважного стану в інший, і який можна провести у зворотному напрямку через ту саму низку проміжних станів, повертаючись до початкового стану.

Перетворення повної механічної енергії у внутрішню енергію є необоротним процесом. Наприклад, нагріваються поверхні твердих тіл, які приймають участь у явищі сухого тертя. Усі реальні процеси є необоротними. Оборотні процеси є ідеалізацією реальних процесів.

У першому законі термодинаміки нема різниці між оборотним і необоротними процесами. Саме другий закон термодинаміки вивчає ці відмінності.

Є **три формулювання** другого закону термодинаміки.

Формулювання **Клаузиуса**: неможливі такі процеси, єдиним кінцевим результатом яких був би перехід тепла від термодинамічної системи з нижчою температурою до термодинамічної системи з вищою температурою.

Формулювання **Кельвіна**: неможливі такі процеси, єдиним кінцевим результатом яких було б віднімання від деякої термодинамічної системи певної кількості тепла й перетворення цього тепла повністю у роботу.

Формулювання з використанням терміну «**перпетуум мобіле**» (у перекладі з латинської мови – вічний двигун): неможливий перпетуум мобіле другого роду, тобто такий періодично діючий двигун, який отримував би тепло ззовні та перетворював це тепло повністю в роботу.

Легко переконатися в тому, що твердження, яке міститься у формулюванні другого закону термодинаміки Кельвіна, логічно випливає з формулювання Клаузиуса. Третє твердження унеможливорює на перший погляд таку привабливу «альтернативну енергетику», коли людство охолодило б воду всього світового океану на деяку мізерну частину градуса Кельвіна й отримало б колосальний вихід енергії.

Зведена кількість тепла – це відношення кількості тепла ΔQ , яку отримує термодинамічна система за температури T .

Ентропія S – це повна приведена кількість тепла, яку отримує термодинамічна система:

$$S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}.$$

Закон зростання ентропії: під час будь-якого процесу, ентропія або залишається незмінною, або збільшується:

$$\Delta S \geq 0. \quad (4.7)$$

Ентропія незмінна під час оборотних процесів (нерівність (4.7) стає рівністю). Ентропія збільшується під час необоротних процесів (нерівність (4.7) стає строгою). Закон зростання ентропії можна вважати ще одним формулюванням другого закону термодинаміки.

Імовірнісне трактування поняття ентропії. Ентропія – це міра хаосу (безладу) у термодинамічній системі.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Пояснити причини виникнення сил поверхневого натягу, спираючись на молекулярно-кінетичну теорію.
2. Пояснити фізичний зміст коефіцієнта поверхневого натягу.
3. В яких одиницях СІ вимірюється α ?
4. Поясніть, від чого залежить коефіцієнт поверхневого натягу?
5. Якими параметрами характеризується стан повної маси газу?
6. Що називається тиском? Яка одиниця вимірювання тиску?
7. Який процес називається ізобаричним, ізохоричним, ізотермічним? Які закони визначають стан газу при цих процесах?
8. Запишіть рівняння Менделєєва – Клапейрона для довільної маси газу.
9. Який процес називається адіабатичним?
10. Поясніть фізичний зміст теплоємності.
11. Яка теплоємність більше – C_p або C_v і чому?
12. Який існує зв'язок між C_p і C_v ?
13. Поясніть відміну молярної теплоємності від питомої. В яких одиницях вони вимірюються?
14. Поясніть, що таке число ступенів вільності? Як це число пов'язане з показником γ ?
15. Дайте визначення першого закону термодинаміки. Запишіть його математичний вираз. Поясніть, як трансформується цей вислів для різних процесів в газах.
16. Назвіть явища переносу й охарактеризуйте їхній фізичний зміст.
17. Що називається коефіцієнтом внутрішнього тертя? Який його фізичний зміст?
18. Від чого залежить коефіцієнт в'язкості?
19. Які явища й чому називаються явищами переносу?
20. Поясніть молекулярно-кінетичний механізм в'язкості.

5 ЕЛЕКТРОСТАТИКА

5.1 Електростатика. Електричний заряд. Взаємодія зарядів. Закон Кулона

Багато фізичних явищ, спостережуваних в природі та житті, що оточує нас, не можуть бути пояснені тільки на підставі законів механіки, молекулярно-кінетичної теорії і термодинаміки. У цих явищах проявляються сили, що діють між тілами на відстані, до того ж ці сили не залежать від мас взаємодіючих тіл і, отже, не є гравітаційними. Ці сили називають електромагнітними силами.

Електричний заряд – це фізична величина, що характеризує властивість частинок або тіл вступати в електромагнітні силові взаємодії. Існує два роди електричних зарядів, умовно названих додатними й негативними, заряди можуть передаватися (наприклад, при безпосередньому контакті) від одного тіла до іншого, однойменні заряди відштовхуються, різнойменні – притягуються. Одним із фундаментальних законів природи є закон збереження електричного заряду.

В ізолюваній системі алгебраїчна сума зарядів усіх тіл залишається постійною (закон збереження заряду): $q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \text{const}$.

Заряд може передаватися від одного тіла до іншого тільки порціями, що містять ціле число елементарних зарядів.

Отже, електричний заряд тіла – дискретна величина та є **релятивістськи інваріантною** (не залежить від швидкості його руху):

$$q = \pm ne, (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Фізичні величини, які можуть приймати тільки дискретний ряд значень, називаються квантованими. Елементарний заряд e становить квант (найменшою порцією) електричного заряду.

Точковим зарядом називають заряджене тіло, розмірами якого в умовах цього завдання можна нехтувати.

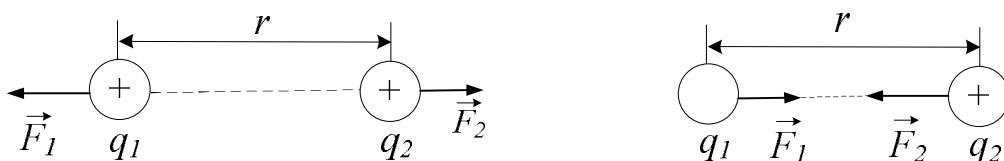


Рисунок 5.1

На підставі численних дослідів Кулон встановив такий закон.

Сили взаємодії нерухомих зарядів прямо пропорційні добутку модулів зарядів і обернено пропорційні до квадрата відстані між ними:

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2},$$

$$\text{де } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}.$$

Сили кулонівської взаємодії підкоряються принципу суперпозиції: якщо заряджене тіло взаємодіє одночасно з декількома зарядженими тілами, то результуюча сила, діюча на це тіло, дорівнює векторній сумі сил, що діють на це тіло з боку всіх інших заряджених тіл.

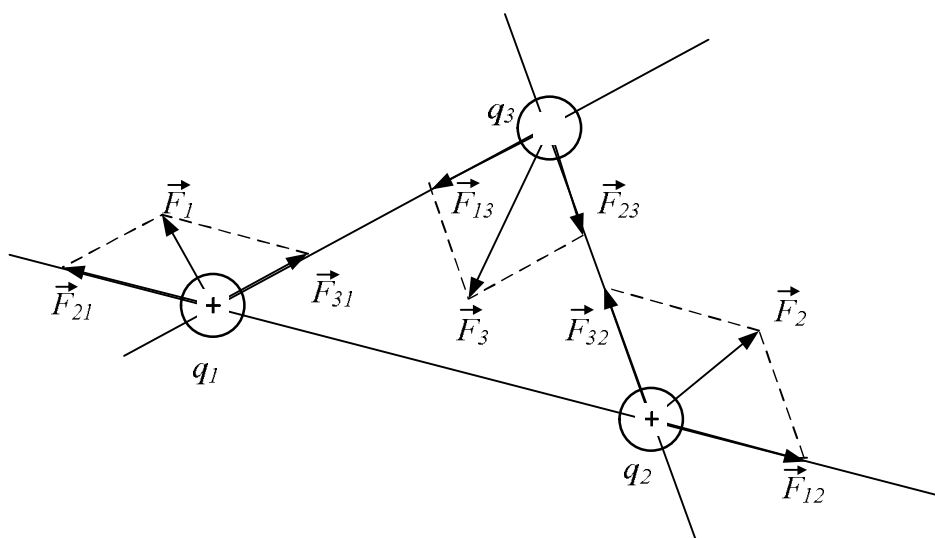


Рисунок 5.2

5.2 Напруженість електричного поля. Теорема Гауса-Остроградського

Електричні заряди не діють один на одного безпосередньо. Кожне заряджене тіло створює в навколишньому просторі **електричне поле**. Це поле чинить силову дію на інші заряджені тіла. Головна властивість електричного поля – дія на електричні заряди з деякою силою. Отже, взаємодія заряджених тіл здійснюється не безпосередньою їхньою дією один на одного, а через електричні поля, навколишніх заряджених тіл.

Для кількісного визначення електричного поля вводиться **силова** характеристика – **напруженість електричного поля**.

Напруженістю електричного поля називають фізичну величину, що дорівнює відношенню сили, з якою поле діє на додатний пробний заряд, поміщений в цю точку простору, до величини цього заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Напруженість електричного поля – векторна фізична величина. Напрямок вектора в кожній точці простору співпадає з напрямом сили, що діє на додатний пробний заряд.

Напруженість електричного поля, що створюється системою зарядів у цій точці простору, дорівнює векторній сумі напруженостей електричних полів, що створюються в тій самій точці зарядами окремо:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

Ця властивість електричного поля означає, що поле підкоряється принципу суперпозиції.

Напрямок вектора залежить від знаку заряду Q : якщо $Q > 0$, то вектор спрямований по радіусу від заряду, якщо $Q < 0$, то вектор спрямований до заряду.

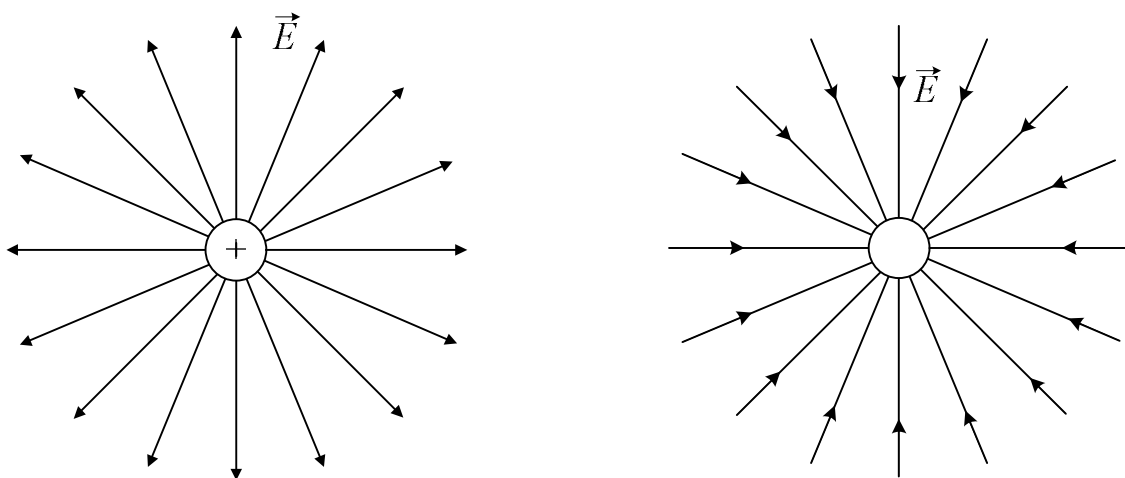


Рисунок 5.3

Силові лінії – це лінії, напрям вектора в кожній точці якої, збігається з напрямом дотичної до цієї лінії (рис. 5.4).

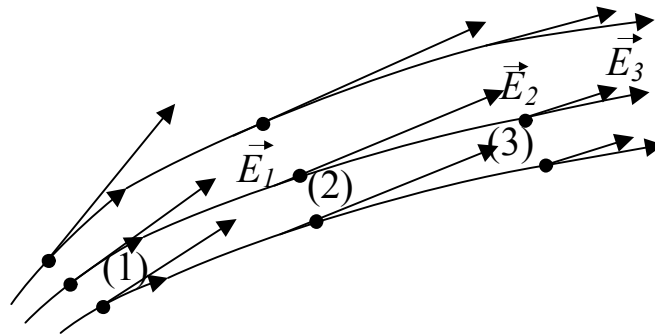


Рисунок 5.4

Введемо фізичну величину, що характеризує електричне поле – *потік* Φ вектору напруженості електричного поля. Нехай у просторі, де створено електричне поле, розташований деякий досить малий майданчик ΔS . Добуток модуля вектору напруженості електричного поля на площу ΔS і на косинус кута α між вектором і нормалю до площини називається елементарним потоком вектору напруженості через майданчик ΔS (рис. 5.5):

$$\Delta\Phi = E \Delta S \cos \alpha = E_n \Delta S,$$

де E_n – модуль нормальної складової поля \vec{E} .

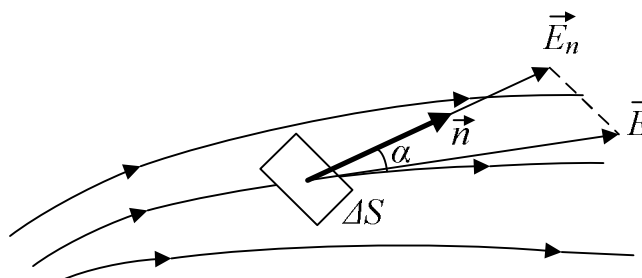


Рисунок 5.5

Теорема Гауса-Остроградського: потік вектора напруженості електростатичного поля через довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, розташованих усередині цієї поверхні, що ділиться на електричну постійну ϵ_0 :

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i .$$

Розглянемо приклад симетричного розподілу зарядів – визначення поля рівномірно зарядженої площини (рис. 5.6).

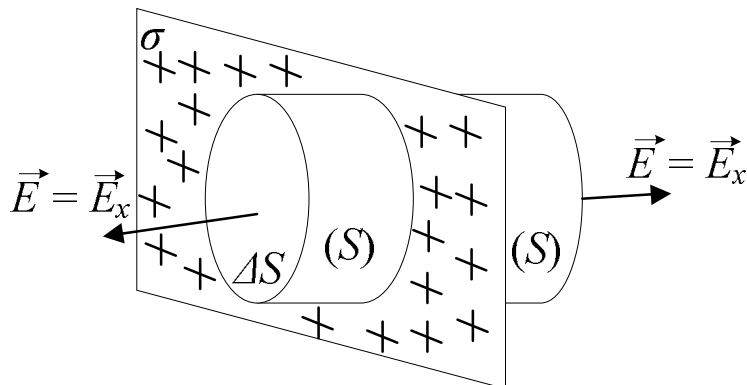


Рисунок 5.6

У цьому разі поверхню гауса S доцільно вибрати у вигляді циліндра деякої довжини, закритого з обох торців. Вісь циліндра спрямована перпендикулярно до зарядженої площини, а його торці розташовані на однаковій відстані від неї. Через симетрію поле рівномірно зарядженої площини має бути скрізь спрямоване по нормалі.

Згідно з теоремою Гауса-Остроградського отримаємо:

$$2E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}, \text{ або } E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

де σ – **поверхнева густина заряду**, тобто заряд, що доводиться на одиницю площі поверхні.

Отриманий вираз для електричного поля однорідно зарядженої площини може бути застосований також у разі плоских заряджених площин кінцевого розміру. У цьому випадку відстань від точки, в якій визначається напруженість поля, до зарядженої площини має бути значно менше розмірів площини.

5.3 Робота в електричному полі. Потенціал

Під час переміщення пробного заряду q в електричному полі електричні сили здійснюють роботу. Ця робота при малому переміщенні $\Delta \vec{l}$ дорівнює (рис. 5.7):

$$\Delta A = F \Delta l \cos \alpha = Eq \Delta l \cos \alpha = E_1 q \Delta l$$

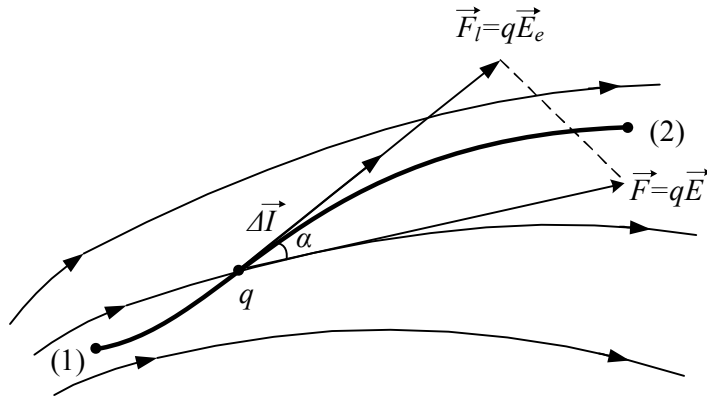


Рисунок 5.7

Робота сил електростатичного поля під час переміщення заряду з однієї точки поля в іншу не залежить від форми траєкторії, а визначається тільки положенням початкової і кінцевої точок і величиною заряду, тому робота сил електростатичного поля під час переміщення заряду по будь-якій замкнутій траєкторії дорівнює нулю.

На рисунку 5.8 зображено дві різні траєкторії переміщення пробного заряду q із початкової точки (1) в кінцеву точку (2). На одній із траєкторій виділено мале переміщення $\Delta \vec{l}$. Робота ΔA кулонівських сил на цьому переміщенні дорівнює:

$$\Delta A = F \Delta l \cos \alpha = Eq \Delta r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \Delta r .$$

Отже, робота на малому переміщенні залежить тільки від відстані r між зарядами та його зміни Δr . Якщо цей вираз проінтегрувати на інтервалі від $r = r_1$ до $r = r_2$, то можна отримати:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} Eq dr = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) .$$

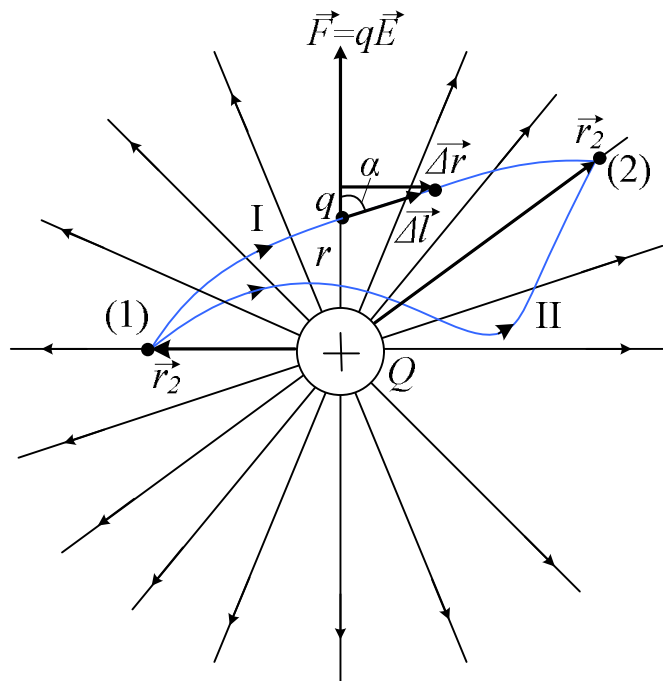


Рисунок 5.8

Отриманий результат не залежить від форми траєкторії. На траєкторіях I і II, зображених на рисунку 5.8, роботи кулонівських сил однакові. Якщо на одній із траєкторій змінити напрям переміщення заряду q на протилежне, то робота змінить знак. Звідси випливає, що **на замкнутій траєкторії робота кулонівських сил дорівнює нулю**.

Потенціальна енергія заряду q , поміщеного у будь-яку точку (1) простору, відносно фіксованої точки (0) дорівнює роботі A_{10} , яку вчинить електростатичне поле під час переміщення заряду q із точки (1) у точку (0):

$$W_{p1} = A_{10}.$$

Робота, що здійснюється електростатичним полем під час переміщення точкового заряду q із точки (1) у точку (2), дорівнює різниці значень потенціальної енергії в цих точках і не залежить від шляху переміщення заряду і від вибору точки (0):

$$A_{12} = A_{10} + A_{02} = A_{10} - A_{20} = W_{p1} - W_{p2}.$$

Потенціальна енергія заряду q , поміщеного в електростатичне поле, пропорційна величині цього заряду.

Фізичну величину, що дорівнює відношенню потенціальної енергії електричного заряду в електростатичному полі до величини цього заряду, називають потенціалом φ електричного поля:

$$\varphi = \frac{W_p}{q}.$$

Потенціал φ є енергетичною характеристикою електростатичного поля.

Потенціал поля в точці простору дорівнює роботі, яку здійснюють електричні сили при видаленні одиничного додатного заряду з цієї точки в нескінченність:

$$\varphi_{\infty} = \frac{A_{\infty}}{q}.$$

Для наочного представлення електростатичного поля водночас із силовими лініями використовують **еквіпотенціальні поверхні**.

Поверхня, в усіх точках якій потенціал електричного поля має однакові значення, називається еквіпотенціальною поверхнею або поверхнею рівного потенціалу.

Силкові лінії електростатичного поля завжди перпендикулярні до еквіпотенціальних поверхонь.

Еквіпотенціальні поверхні кулонівського поля точкового заряду – концентричні сфери. На рисунку 5.9 подано картини силових ліній і еквіпотенціальних поверхонь деяких простих електростатичних полів.

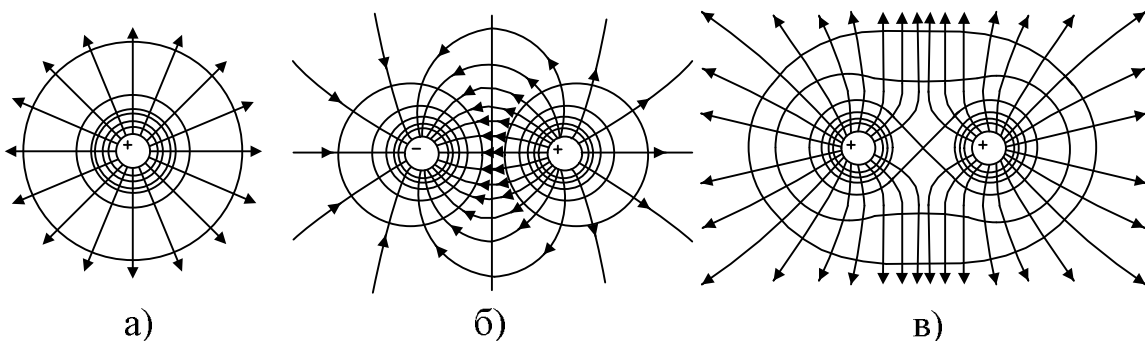


Рисунок 5.9

У разі однорідного поля екіпотенціальні поверхні є системою паралельних площин.

Якщо пробний заряд q вчинив мале переміщення $\Delta \vec{l}$ уздовж силової лінії з точки (1) у точку (2), то можна записати:

$$\Delta A_{12} = qE\Delta l = q(\varphi_1 - \varphi_2) = -q\Delta\varphi,$$

де $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – зміна потенціалу. Звідси випливає:

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}; (\Delta l \rightarrow 0) \text{ або } E = -\frac{d\varphi}{dl}.$$

Це співвідношення в скалярній формі виражає зв'язок між напруженістю поля і потенціалом. Тут l – координата, відлічувана вздовж силової лінії.

З принципу суперпозиції напруженостей полів, що створюються електричними зарядами, випливає принцип суперпозиції для потенціалів:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots$$

5.4 Провідники й діелектрики в електричному полі

Речовина, внесена в електричне поле, може істотно змінити його. Це пов'язано з тим, що речовина складається із заряджених частинок. У відсутність зовнішнього поля частинки розподіляються всередині речовини так, що створюване ними електричне поле в середньому по об'ємах, що включають велике число атомів або молекул, дорівнює нулю. За наявності зовнішнього поля відбувається перерозподіл заряджених частинок і в речовині виникає власне електричне поле. Повне електричне \vec{E} поле складається відповідно до принципу суперпозиції із зовнішнього поля \vec{E}_0 і внутрішнього поля \vec{E}' , створюваної зарядженими частками речовини.

Найширші класи речовини становлять провідники й діелектрики. Головна особливість провідників – наявність вільних зарядів (електронів), які беруть участь у тепловому русі й можуть переміщатися за всім обсягом провідника. Типові провідники – метали.

У відсутність зовнішнього поля у будь-якому елементі об'єму провідника негативний вільний заряд компенсується додатним зарядом іонів кристалічної ґратки. У провіднику, внесеному в електричне поле, відбувається перерозподіл вільних зарядів, внаслідок чого на поверхні провідника виникають додатні й негативні заряди, що не компенсуються. Цей процес називають **електростатичною індукцією**, а заряди, що з'явилися на поверхні провідника, – **індукційними зарядами**.

Індукційні заряди створюють власне поле \vec{E}' , яке компенсує зовнішнє поле \vec{E}_0 в усьому об'ємі провідника: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$.

Тобто повне електростатичне поле всередині провідника дорівнює нулю, а потенціали в усіх точках однакові й дорівнюють потенціалу на поверхні провідника.

На відміну від провідників, в **діелектриках** (ізоляторах) немає вільних електричних зарядів. Вони складаються з нейтральних атомів або молекул. Заряджені частинки в нейтральному атомі пов'язані один з одним і не можуть переміщатися під дією електричного поля з усього об'єму діелектрика.

При внесенні діелектрика в зовнішнє електричне поле в ньому виникає деякий перерозподіл зарядів, що входять до складу атомів або молекул. Унаслідок такого перерозподілу на поверхні діелектричного зразка з'являються надмірні пов'язані заряди, що не компенсуються. Усі заряджені частки, що утворюють макроскопічні пов'язані заряди, як і раніше, входять до складу своїх атомів.

Пов'язані заряди створюють електричне поле \vec{E}' , яке всередині діелектрика спрямоване протилежно вектору напруженості \vec{E}_0 зовнішнього поля. Цей процес називається **поляризацією** діелектрика. Унаслідок цього повне електричне поле $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ усередині діелектрика, виявляється, за модулем менше зовнішнього поля \vec{E}_0 .

Фізична величина, що дорівнює відношенню модуля напруженості зовнішнього електричного поля у вакуумі до модуля напруженості повного поля в однорідному діелектрику, називається **діелектричною проникністю речовини**:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Існує декілька механізмів поляризації діелектриків. Головними з них є орієнтаційна й електронна поляризації. **Дипольна поляризація** виникає у разі полярних діелектриків, що складаються з молекул, у яких центри розподілу додатних і негативних зарядів не співпадають. Такі молекули є мікроскопічні електричні **диполі** – нейтральна сукупність двох зарядів, рівних за модулем і протилежних за знаком, розташованих на деякій відстані один від одного.

За відсутності зовнішнього електричного поля осі молекулярних диполів орієнтовані хаотично, так що на поверхні діелектрика й у будь-якому елементі об'єму електричний заряд в середньому дорівнює нулю.

У разі внесення діелектрика в зовнішнє поле \vec{E}_0 виникає часткова орієнтація молекулярних диполів. Унаслідок цього на поверхні діелектрика з'являються пов'язані заряди, що не компенсуються, які створюють поле \vec{E}' , спрямоване назустріч зовнішньому полю \vec{E}_0 (рис. 5.10).

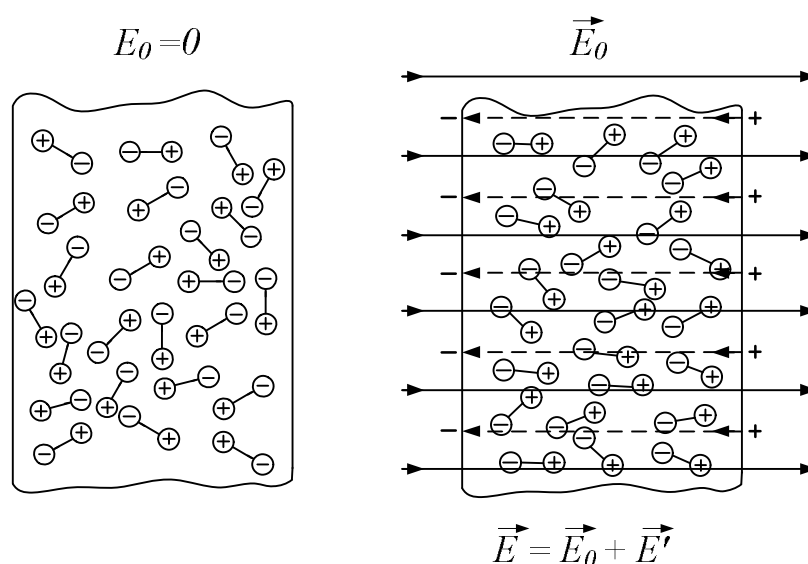


Рисунок 5.10

Поляризація полярних діелектриків сильно залежить від температури, оскільки тепловий рух молекул відіграє роль дизорієнтуючого чинника.

Електронний механізм проявляється у разі поляризації неполярних діелектриків, молекули яких не мають за відсутності зовнішнього поля дипольного моменту. Під дією електричного поля молекули неполярних діелектриків деформуються – додатні заряди зміщуються у напрямі вектора \vec{E}_0 , а негативні – в протилежному напрямі. Унаслідок цього кожна молекула перетворюється на електричний диполь, вісь якого спрямована вздовж

зовнішнього поля. На поверхні діелектрика з'являються зв'язані заряди, що не компенсуються, які створюють своє поле \vec{E}' спрямоване назустріч зовнішньому полю \vec{E}_0 . Так відбувається поляризація неполярного діелектрика (рис. 5.11).

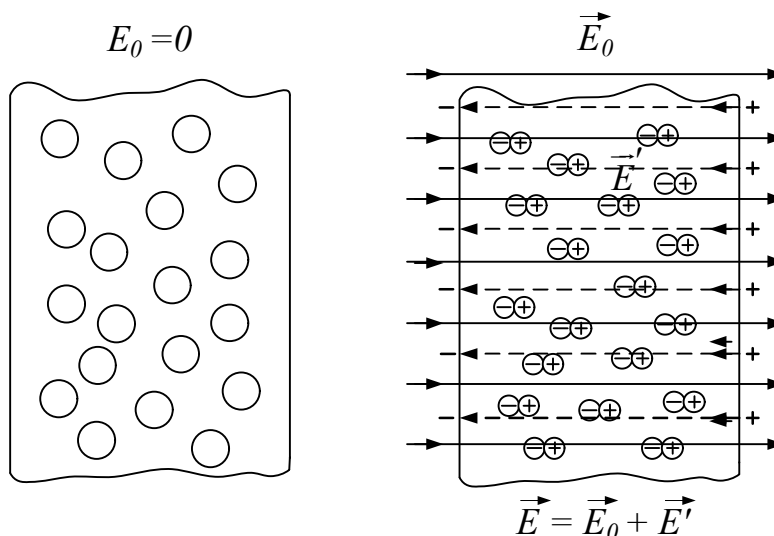


Рисунок 5.11

Деформація неполярних молекул під дією зовнішнього електричного поля не залежить від їхнього теплового руху, тому поляризація неполярного діелектрика **не залежить від температури**. У разі накладання зовнішнього електричного поля іон зміщується з центру піраміди, та у молекули виникає дипольний момент, пропорційний зовнішньому полю.

5.5 Електроємність. Конденсатори. З'єднання конденсаторів

Якщо двом ізольованим один від одного провідникам надати різні за знаком заряди q_1 і q_2 , то між ними виникає деяка різниця потенціалів $\Delta\phi$, залежна від величин зарядів і геометрії провідників. Різниця потенціалів $\Delta\phi$ між двома точками в електричному полі часто називають **напругою** та означають буквою U . Найбільший практичний інтерес становить випадок, коли заряди провідників однакові за модулем і протилежні за знаком: $q_1 = -q_2 = q$. У цьому разі можна ввести поняття **електричної ємності**.

Електроємністю зарядженого провідника називають фізичну величину, що дорівнює відношенню заряду провідника q до його потенціалу:

$$C = \frac{q}{\phi}.$$

Електроємністю системи з двох провідників називається фізична величина, визначувана як відношення заряду q одного з провідників до різниці потенціалів $\Delta\phi$ між ними:

$$C = \frac{q}{\Delta\phi} = \frac{q}{U}.$$

Величина електроємності залежить від форми й розмірів провідників і від властивостей діелектрика, що розділяє провідники. Існують такі конфігурації провідників, при яких електричне поле виявляється зосередженим (локалізованим) тільки в деякій області простору. Такі системи називають конденсаторами.

Простий конденсатор – система з двох плоских пластин, розташованих паралельно одна одній і розташовані на малій, порівнюючи з розмірами пластин, відстані й розділених шаром діелектрика. Такий конденсатор називається *плоским*. Електричне поле плоского конденсатора зазвичай локалізоване між його пластинами (рис. 5.12).

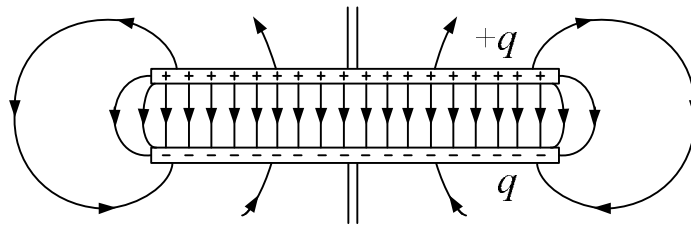


Рисунок 5.12

Кожна із заряджених пластин плоского конденсатора створює поблизу поверхні електричне поле, модуль напруженості якого виражається таким співвідношенням:

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Згідно з принципом суперпозиції, напруженість \vec{E} поля, що створюється обома пластинами, дорівнює сумі напруженостей \vec{E}^+ і \vec{E}^- полів кожної з пластин: $\vec{E} = \vec{E}^+ + \vec{E}^-$.

Усередині конденсатора вектору \vec{E}^+ і \vec{E}^- паралельні; тому модуль напруженості сумарного поля становить

$$E = 2E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

З цих співвідношень можна отримати формулу для електроємності плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}.$$

Конденсатори можуть з'єднуватися між собою, утворюючи батареї конденсаторів. При паралельному з'єднанні конденсаторів (рис. 5.2) напруги на конденсаторах однакові: $U_1 = U_2 = U$, а заряди рівні $q_1 = C_1 U$ і $q_2 = C_2 U$. Звідси випливає:

$$C = \frac{q_1 + q_2}{U} \text{ або } C = C_1 + C_2.$$

Отже, при паралельному з'єднанні електроємності додаються.

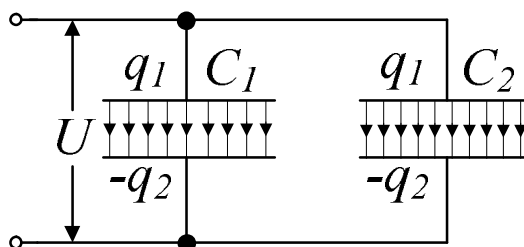


Рисунок 5.13

При послідовному з'єднанні (рис. 5.14) однаковими виявляються заряди обох конденсаторів: $q_1 = q_2 = q$, а напруга на них становить $U_1 = \frac{q}{C_1}$ і $U_2 = \frac{q}{C_2}$.

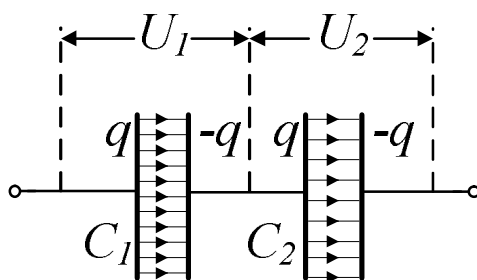


Рисунок 5.14

$$\text{Отже, } C = \frac{q}{U_1 + U_2} \text{ або } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

При послідовному з'єднанні конденсаторів складаються обернені величини ємностей.

5.6 Енергія електричного поля

Енергія зарядженого конденсатора дорівнює роботі зовнішніх сил, яку необхідно витратити, щоб зарядити конденсатор.

Процес зарядки конденсатора можна зобразити як послідовне перенесення досить малих порцій заряду $\Delta q > 0$ з однієї обкладки на іншу (рис. 5.15). У цьому разі одна обкладка поступово заряджається додатним зарядом, а інша – негативним. Оскільки кожна порція переноситься в умовах, коли на обкладках вже є деякий заряд q , а між ними існує деяка різниця потенціалів $U = \frac{q}{C}$, при перенесенні кожної порції Δq зовнішні сили повинні вчинити роботу $\Delta A = U\Delta q = \frac{q\Delta q}{C}$.

$$W_e = A = \frac{Q^2}{2C}.$$

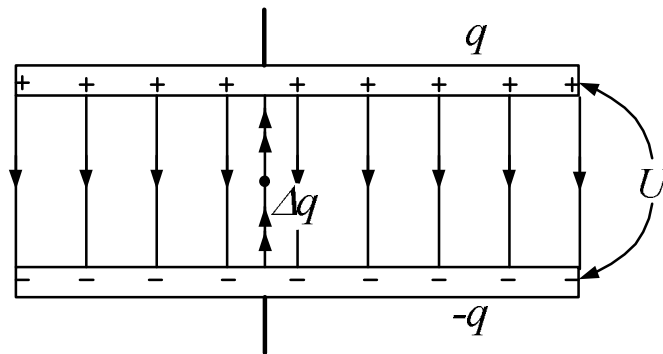


Рисунок 5.15

Формулу, що виражає енергію зарядженого конденсатора, можна переписати в іншій еквівалентній формі, якщо скористатися співвідношенням $Q = C \cdot U$:

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}.$$

Напруженість однорідного поля в плоскому конденсаторі дорівнює $E = \frac{U}{d}$, а його ємність – $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$.

Тому:

$$W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S E^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V ,$$

де $V = Sd$ – об’єм простору між обкладинками, зайнятий електричним полем. З цього співвідношення виходить, що фізична величина, яка дорівнює

$$w_e = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} ,$$

є електричною (потенціальною) енергією одиниці об’єму простору, в якому створено електричне поле. Її називають **об’ємною густиною** електричної енергії.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Що називається потенціалом (одиниці вимірювання в системі СІ)?
2. Дати визначення напруженості електричного поля (одиниці вимірювання в системі СІ).
3. Встановити зв’язок між напруженістю поля та потенціалом.
4. Що називається градієнтом потенціалу? Як спрямований вектор градієнта потенціалу?
5. Довести ортогональність силових ліній і екіпотенціальних поверхонь.
6. Який фізичний зміст діелектричної проникності?
7. Різновиди діелектриків і їхня поведінка в зовнішньому електричному полі.
8. Що таке поляризація діелектрика?
9. Ємність конденсатора, одиниці виміру.
10. Від яких фізичних величин залежить ємність конденсатора?
11. Послідовне й паралельне з’єднання конденсаторів.
12. Намалювати силові лінії електричного поля в конденсаторі, якщо в ньому поміщено ізотропний діелектрик.

6 ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

6.1 Електрорушійна сила. Падіння напруги

У провідниках за певних умов може виникнути безперервний упорядкований рух вільних носіїв електричного заряду. Такий рух називається **електричним струмом**. За напрям електричного струму прийнятий напрям руху додатних вільних зарядів. Для існування електричного струму в провіднику необхідно створити в ньому електричне поле.

Кількісною мірою електричного струму є *сила струму* I – скалярна фізична величина, яка дорівнює відношенню заряду Δq , перенесеного через поперечний переріз провідника за інтервал часу Δt , до цього інтервалу часу:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Якщо сила струму і його напрям не змінюються з часом, то такий струм називається **постійним**.

Постійний електричний струм може бути створено тільки в **замкненому колі**, в якому вільні носії заряду циркулюють по замкнених траєкторіях. Тому для існування постійного струму необхідна наявність в електричному колі джерела, здатного створювати й підтримувати різниці потенціалів на ділянках кола за допомогою роботи сил **не електростатичного походження**. Такі джерела називаються **джерелами постійного струму**. Сили не електростатичного походження, що діють на вільні носії заряду з боку джерел струму, називаються **сторонніми силами**. Під дією сторонніх сил електричні заряди рухаються всередині джерела струму **проти** сил електростатичного поля, унаслідок чого в замкненому колі може підтримуватися постійний електричний струм. При переміщенні електричних зарядів у колі постійного струму сторонні сили, що діють усередині джерел струму, здійснюють роботу.

Фізична величина, що дорівнює відношенню роботи $A_{\text{ст}}$ сторонніх сил під час переміщення заряду q від негативного полюса джерела струму до додатного до величини цього заряду, називається **електрорушійною силою джерела** (далі – ЕРС):

$$EPC = E = \frac{A_{\text{ст}}}{q}.$$

Величина, яка чисельно дорівнює роботі сторонніх і електростатичних сил, по переміщенню одиничного додатного заряду, називається **спадом напруги** або просто **напругою** U на певній ділянці кола:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}.$$

У разі відсутності сторонніх сил напруга U збігається з різницею потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ на кінцях провідника.

6.2 Закон Ома для ділянки кола

Сила струму I , що тече по однорідному металевому провіднику, пропорційна напрузі U на кінцях провідника:

$$I = \frac{1}{R}U \text{ або } RI = U ,$$

де величина R називається *електричним опором*. Це співвідношення виражає **закон Ома для однорідної ділянки кола**: сила струму в провіднику прямо пропорційна прикладеній напрузі й обернено пропорційна опору провідника. **Однорідною** називають таку ділянку кола, на якій не діють сторонні сили.

Одиницею опору провідника є Ом, який дорівнює опору такого провідника, у якому при напрузі в 1 В тече струм силою в 1 А. Величина опору залежить від форми й розмірів провідника, а також від властивостей матеріалу, з якого він зроблений. Для однорідного циліндричного провідника:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

де l – довжина провідника, S – площа його поперечного переріза, ρ – залежний від властивостей матеріалу коефіцієнт, який називається **питомим електричним опором** речовини. Якщо $l = 1$ і $S = 1$, то R чисельно дорівнює величині ρ , у системі СІ: величина ρ вимірюється в оме-метрах (Ом·м).

Для ділянки кола, що містить ЕРС, закон Ома записується в такій формі:

$$IR = U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E} = \Delta\varphi_{12} + \mathcal{E}.$$

Це співвідношення прийнято називати **законом Ома для неоднорідної ділянки кола**.

На рисунку 6.1 зображено замкнене коло постійного струму. Ділянка кола (cd) є однорідною.

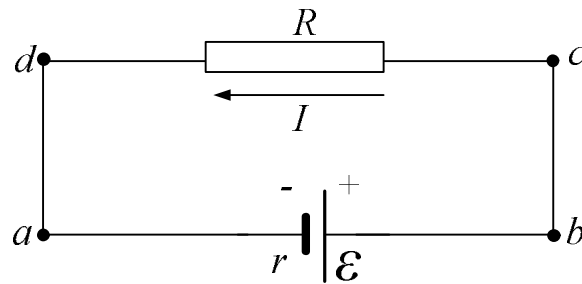


Рисунок 6.1

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Опір r становить собою **внутрішній опір джерела струму**.

Ця формула виражає **закон Ома для замкнутого кола**: сила струму у замкнутому колі дорівнює електрорушійній силі джерела, поділеної на суму зовнішнього і внутрішнього опорів.

6.3 Послідовне і паралельне з'єднання провідників

При послідовному з'єднанні провідників (рис. 6.2) сила струму на всіх провідниках однакова.

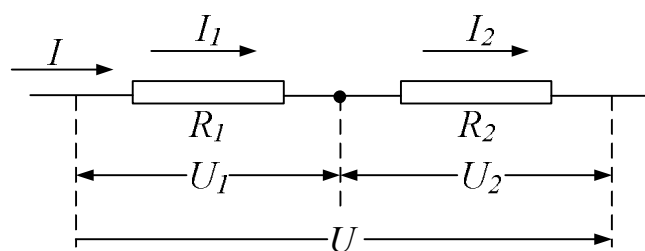


Рисунок 6.2

Використовуючи закон Ома, одержимо

$$R = R_1 + R_2.$$

При послідовному з'єднанні повний опір дорівнює сумі опорів на окремих ділянках кола.

При паралельному з'єднанні (рис. 6.3) напруги U_1 і U_2 на обох провідниках однакові:

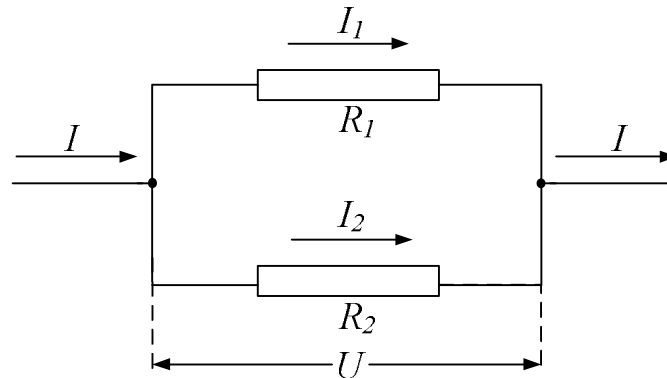


Рисунок 6.3

На підставі закону Ома одержимо

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

При паралельному з'єднанні провідників величина, обернена повному опору, дорівнює сумі величин, обернених опорам окремих провідників.

6.4 Закон Ома в диференціальній формі

Закон Ома можна записати в диференціальній формі. Виділимо подумки в околиці деякої точки усередині провідника елементарний циліндричний об'єм, твірні якого є паралельними вектору густини струму \vec{j} у певній точці (рис. 6.4).

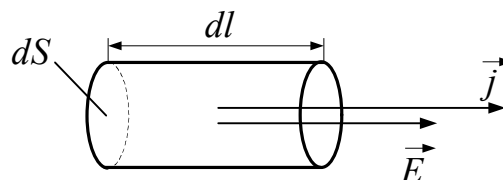


Рисунок 6.4

Через поперечний переріз циліндра тече струм силою $j dS$. Напруга, прикладена до циліндра, дорівнює $E dl$, де E – напруженість поля в певному місці. Нарешті, опір циліндра дорівнює $\rho \frac{dl}{dS}$. Тоді

$$j dS = \frac{dS}{\rho dl} \cdot E dl .$$

Носії заряду в кожній точці рухаються в напрямі вектора \vec{E} . Тому напрямки \vec{j} і \vec{E} збігаються. Отже, можна написати

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E} , \quad (6.1)$$

де $\sigma = \frac{1}{\rho}$ – величина, що називається **коефіцієнтом електропровідності** або просто **провідністю** матеріалу.

Формула (6.1) виражає **закон Ома в диференціальній формі**.

Здатність речовини проводити струм характеризується його питомим опором ρ або провідністю σ . Їхня величина визначається хімічним походженням речовини й умовами, зокрема **температурою**, при яких вона перебуває.

6.5 Закон Джоуля-Ленца

У процесі протікання струму по однорідній ділянці кола електричне поле здійснює роботу над зарядом. Унаслідок цього за час Δt по колу протікає заряд $\Delta q = I \Delta t$. Вираз для роботи має вигляд:

$$\Delta A = (\varphi_1 - \varphi_2) \Delta q = \Delta \varphi_{12} I \Delta t = UI \Delta t ,$$

де $U = \Delta \varphi_{12}$ – напруга.

Цю роботу називають **роботою електричного струму**.

Якщо обидві частини формули для закону Ома помножити на $I \Delta t$, то одержимо співвідношення

$$RI^2 \Delta t = UI \Delta t = \Delta A .$$

Це співвідношення виражає закон збереження енергії для однорідної ділянки кола.

Робота ΔA електричного струму I , що протікає в провіднику з опором R , перетворюється в тепло. Кількість тепла ΔQ , що виділяється на провіднику, така:

$$\Delta Q = \Delta A = R I^2 \Delta t .$$

Закон перетворення роботи струму в тепло має назву **закону Джоуля-Ленца**.

Від формули, що визначає тепло, виділене у всьому провіднику, можна перейти до виразу, що характеризує виділення тепла в різних місцях провідника. Виділимо в провіднику в такий саме спосіб, як це було зроблено під час отримання формули (6.1), елементарний об'єм у вигляді циліндра.

Згідно із законом Джоуля–Ленца за час dt у цьому об'ємі виділиться тепло

$$dQ = \frac{\rho dl}{dS} (jdS)^2 dt = \rho j^2 dV dt ,$$

де $dV = dl \cdot dS$ – елементарний об'єм.

Кількість тепла dq віднесене до одиниці часу й одиниці об'єму, назовемо **питомою потужністю струму** w .

Тоді

$$w = \rho j^2 . \tag{6.2}$$

Скориставшись співвідношенням (6.1) між \vec{j} , \vec{E} , ρ і σ , формула набуває такого вигляду:

$$w = jE = \sigma E^2 . \tag{6.3}$$

Формули (6.2) і (6.3) виражають закон Джоуля–Ленца в **диференціальній** формі.

6.6 Потужність електричного струму

Потужність електричного струму дорівнює відношенню роботи струму ΔA до інтервалу часу Δt , за який ця робота була зроблена:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Повна потужність джерела, тобто робота, здійснена сторонніми силами за одиницю часу.

$$P_{\text{ист}} = \mathcal{E}I = \frac{\mathcal{E}^2}{R + r}.$$

У зовнішньому колі виділяється потужність

$$P = RI^2 = \mathcal{E}I - rI^2 = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2}.$$

Відношення $\eta = \frac{P}{P_{\text{ист}}}$

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{ист}}} = 1 - \frac{r}{\mathcal{E}} I = \frac{R}{R + r}$$

називається *коефіцієнтом корисної дії джерела струму*.

6.7 Правила Кірхгофа

Для спрощення розрахунків складних електричних кіл, що містять неоднорідні ділянки, використовуються **правила Кирхгофа**, які є узагальненням закону Ома на випадок розгалужених кіл.

У розгалужених колах виділяються **вузлові точки (вузли)**, у яких сходяться не менше трьох провідників (рис. 6.5). Струми, що втікають у вузол, прийнято вважати додатними, а ті що витікають із вузла – від'ємними.

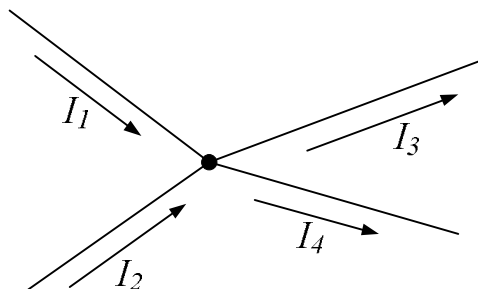


Рисунок 6.5

Перше правило Кирхгофа (наслідок закону збереження заряду): алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі дорівнює нулю. Для зображеного вище вузла в розгалуженому колі можна написати таке рівняння:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0.$$

На різних ділянках виділеного контуру можуть протікати різні струми. На рисунку 6.6 подано простий приклад розгалуженого кола. Електричне коло містить тільки два вузла a і d , в яких сходяться однакові струми, тому тільки один із вузлів є незалежним (a або d).

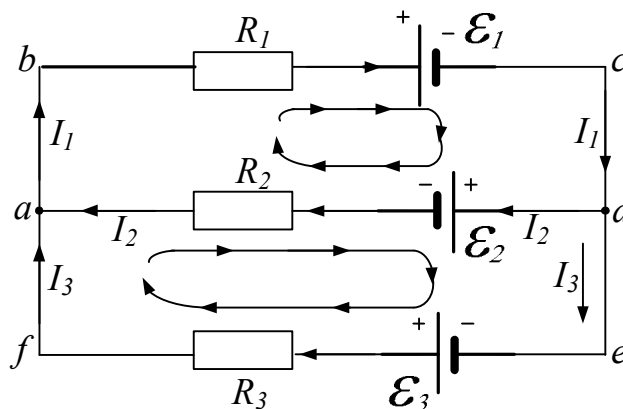


Рисунок 6.6

В електричному колі можна виділити три контури $abcd$, $adef$ і $abcdef$. Серед них тільки два є незалежними (наприклад, $abcd$ і $adef$), оскільки третій не містить жодних нових ділянок.

Друге правило Кирхгофа (наслідок закону Ома для неоднорідної ділянки кола): алгебраїчна сума спадів напруг на окремих ділянках контуру дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, ввімкнених у цей контур. Число рівнянь складених за першим і другим правилами Кирхгофа має такий вигляд:

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ I_1 R_1 + I_2 R_2 = -E_1 - E_2 \\ -I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2 + E_3 \end{cases}$$

Отже, правила Кирхгофа зводять розрахунки розгалуженого електричного кола до розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

6.8 Електричний струм у металах. Основи класичної теорії металів

Електричний струм у металах – це впорядкований рух електронів під дією електричного поля. Досвіди доводять, що у процесі протікання струму по металевому провідникові переносу речовини не відбувається, отже, іони металу не беруть участі в переносі електричного заряду.

6.8.1 Теорія Друде-Лоренца

Припущення про те, що за електричний струм у металах відповідальні електрони, виникло на початку минулого століття. Ще в 1900 р. німецький учений П. Друде на підставі гіпотези про існування вільних електронів у металах створив електронну теорію провідності металів. Ця теорія одержала розвиток у роботах голландського фізика Х. Лоренца та називається **класичною електронною теорією**. Згідно з цією теорією електрони в металах поведуться як електронний газ, значно схожий на ідеальний газ. Електронний газ заповнює простір між іонами, що утворюють кристалічну ґратку металу (рис. 6.7).

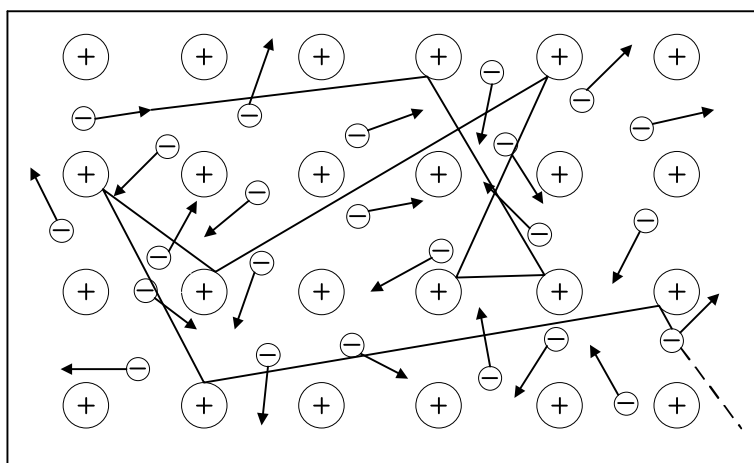


Рисунок 6.7

Через взаємодію з іонами електрони можуть залишити, метал, тільки подолавши так званий **потенціальний бар'єр**. Висота цього бар'єра називається **роботою виходу**. За звичайної (кімнатної) температури в електронів не вистачає енергії для подолання потенціального бар'єра.

Через взаємодію із кристалічною ґраткою потенціальна енергія виходу електрона всередині провідника виявляється менше, чим при видаленні електрона із провідника. Електрони в провіднику перебувають у своєрідній «потенціальній ямі», глибина якої й називається потенціальним бар'єром.

Як іони, що утворюють кристалічну ґратку, так і електрони беруть участь у тепловому русі. Іони роблять теплові коливання поблизу положень рівноваги – вузлів кристалічної ґратки. Вільні електрони рухаються хаотично й під час свого руху зустрічаються з іонами ґратки. Унаслідок таких зіткнень установлюється термодинамічна рівновага між електронним газом і кристалічною ґраткою. Згідно з теорією Друде-Лоренца, електрони мають таку саму середню енергію теплового руху, як і молекули одноатомного ідеального газу. Це дає змогу оцінити середню швидкість \bar{v}_T теплового руху електронів за формулою молекулярно-кінетичної теорії. За кімнатної температури вона виявляється приблизно дорівнює 10^5 м/с.

При накладенні зовнішнього електричного поля в металевому провіднику крім теплового руху електронів, виникає їхній упорядкований рух (дрейф), тобто електричний струм. Середню швидкість \bar{v}_D дрейфу можна оцінити з таких міркувань. За інтервал часу Δt через поперечний переріз S провідника пройдуть усі електрони, що перебували в об'ємі $S\bar{v}_D\Delta t$. Число таких електронів дорівнює $nS\bar{v}_D\Delta t$, де n – середня концентрація вільних електронів, приблизно рівна числу атомів в одиниці об'єму металевго провідника. Через перетин провідника за час Δt пройде $\Delta q = enS\bar{v}_D\Delta t$. Звідси випливає таке:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = enS\bar{v}_D$$

або

$$\bar{v}_D = \frac{I}{enS}.$$

Концентрація n атомів у металах перебуває в межах 10^{28} – 10^{29} м⁻³.

Оцінка за цією формулою для металевго провідника з поперечним перерізом 1 мм², по якому тече струм 10 А, дає для середньої швидкості \bar{v}_D впорядкованого руху електронів значення в межах 0,6–6 мм/с. Отже, *середня швидкість \bar{v}_D упорядкованого руху електронів у металевих провідниках на багато порядків менше середньої швидкості \bar{v}_T їхнього теплового руху ($\bar{v}_D \ll \bar{v}_T$)*. Рисунок 6.8 дає уявлення про особливості руху вільного електрона в кристалічній ґратці.

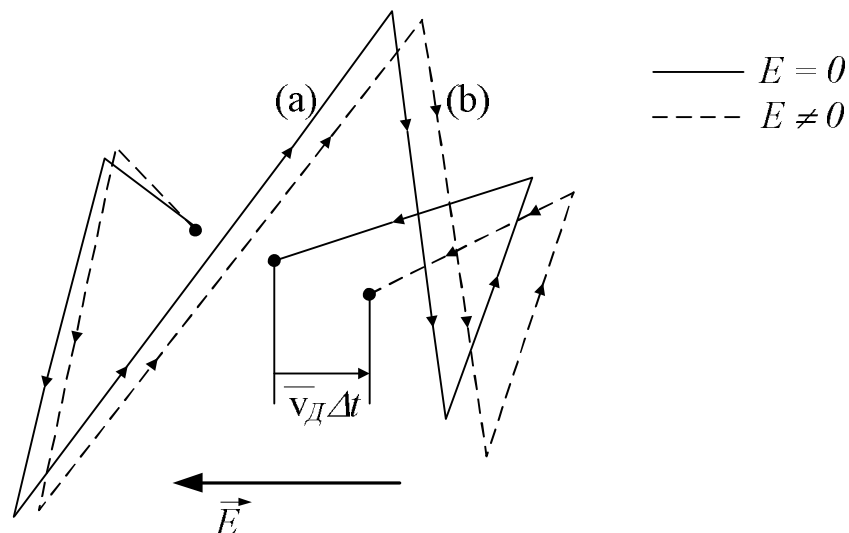


Рисунок 6.8

Мала швидкість дрейфу не суперечить дослідному факту, що струм у всьому контурі постійного струму встановлюється практично миттєво. Замикання кола викликає поширення електричного поля зі швидкістю $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Через час порядку l/c (l – довжина ділянки) уздовж ділянки ланцюга встановлюється стаціонарний розподіл електричного поля та у ній починається впорядкований рух електронів.

У класичній електронній теорії металів передбачається, що рух електронів підкоряється законам механіки Ньютона. У цій теорії зневажають взаємодією електронів між собою, а їхню взаємодію з додатними іонами зводять тільки до зіткнень. Передбачається також, що при кожному зіткненні електрон передає кристалічній ґратці всю накопичену в електричному полі енергію, унаслідок чого після зіткнення він починає рух із нульовою дрейфовою швидкістю.

Незважаючи на те, що всі ці допущення є досить наближеними, класична електронна теорія якісно пояснює закони електричного струму в металевих провідниках.

6.9 Закон Ома з точки зору класичної електронної теорії

У проміжку між зіткненнями на електрон діє сила, що дорівнює за модулем eE , унаслідок чого він набуває прискорення $\frac{e}{m} E$.

Тому до кінця вільного пробігу дрейфова швидкість електрона рівна

$$v_D = (v_D)_{\max} = \frac{e}{m} E \tau ,$$

де τ – час вільного пробігу, яке для спрощення розрахунків передбачається однаковим для всіх електронів. Середнє значення швидкості дрейфу \bar{v}_D дорівнює половині максимального значення:

$$\bar{v}_D = \frac{1}{2} (v_D)_{\max} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E \tau .$$

Розглянемо провідник довжини l і поперечним перерізом S із концентрацією електронів n . Струм у провіднику може бути записаний у вигляді

$$I = enS\bar{v}_D = \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau n S}{m} E = \frac{e^2 \tau n S}{2ml} U ,$$

де $U = El$ – напруга на кінцях провідника. Отримана формула виражає закон Ома для металевих провідників. Електричний опір провідника дорівнює

$$R = \frac{2m}{e^2 n \tau} \frac{l}{S} ,$$

а питомий опір ρ і питома провідність ν виражаються таким співвідношеннями:

$$\rho = \frac{2m}{e^2 n \tau}; \quad \nu = \frac{1}{\rho} = \frac{e^2 n \tau}{2m} .$$

6.10 Закон Джоуля-Ленца з точки зору класичної електронної теорії

До кінця вільного пробігу електрони під дією поля набувають таку кінетичну енергію

$$\frac{1}{2} (v_D)_{\max}^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau^2}{m} E^2 .$$

Згідно зі зробленими припущеннями вся ця енергія під час зіткнень передається гратці й переходить у тепло.

За час Δt кожний електрон випробовує $\Delta t / \tau$ зіткнень. В провіднику перетином S і довжини l є nsl електронів. Звідси випливає, що виділене в провіднику за час Δt тепло становить

$$\Delta Q = \frac{nSl\Delta t}{\tau} \frac{e^2 \tau^2}{2m} E^2 = \frac{ne^2 \tau}{2m} \frac{S}{l} U^2 \Delta t .$$

Це співвідношення виражає закон Джоуля–Ленца.

6.11 Труднощі класичної теорії металів

Отже, класична електронна теорія пояснює існування електричного опору металів, закони Ома і Джоуля-Ленца. Однак у низці питань класична електронна теорія доходить висновків, суперечать досліду.

Ця теорія не може, наприклад, пояснити, чому молярна теплоємність металів, також як і молярна теплоємність діелектричних кристалів, дорівнює $3R$, де R – універсальна газова постійна (закон Дюлонга та Пті). Наявність вільних електронів не позначається на величині теплоємності металів.

Класична електронна теорія не може також пояснити температурну залежність питомого опору металів. Теорія дає співвідношення $\rho \sim \sqrt{T}$ водночас як з експерименту виходить залежність $\rho \sim T$. Однак найяскравішим яскравим прикладом розбіжності теорії й дослідів є **надпровідність** – за деякої певної температури $T_{кр}$, різної для різних речовин, питомий опір стрибком зменшується до нуля.

Речовини в надпровідному стані мають виняткові властивості. Практично найважливішим є здатність тривалий час (багато років) підтримувати без загасання електричний струм, збуджений у надпровідному ланцюзі.

Класична електронна теорія не здатна пояснити явище надпровідності. Пояснення механізму цього явища було дано тільки через 60 років після його відкриття на підставі механічних уявлень.

6.12 Магнітне поле в вакуумі

Взаємодія струмів здійснюється через «поле» яке називається магнітним. Ця назва походить від того, що, як виявив у 1820 р. Ерстед, поле, створюване струмом, орієнтує магнітну стрілку.

Отже, заряди, що рухаються (струми) змінюють властивості навколишнього середовища – створюють у ньому магнітне поле. Це поле проявляється в тому, що на заряди, що рухаються в ньому (струми) діють сили.

Подібно до того, як для дослідження електричного поля ми використовували пробний точковий заряд, застосуємо для дослідження магнітного поля пробний струм, що циркулює в плоскому замкненому контурі дуже малих розмірів. Орієнтацію контуру в просторі будемо характеризувати напрямом нормалі до контуру, пов'язаної з напрямом струму правилом правого гвинта. Таку нормаль ми будемо називати **додатною**.

При внесенні пробного контуру в магнітне поле, було виявлено, що поле впливаючи на контур, орієнтує його додатну нормаль у напрямі дії магнітного поля в певній точці. Якщо контур розташований так, що його додатна нормаль не збігається з напрямом магнітного поля, то виникає обертальний механічний момент, що прагне повернути контур у рівноважне положення. Величина моменту залежить від кута α між нормаллю і напрямом поля, досягаючи найбільшого значення M_{\max} при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (при $\alpha = 0$ момент дорівнює нулю).

Обертальний момент залежить як від властивостей поля в певній точці, так і від властивостей контуру. Вносячи в ту саму точку різні пробні контури, ми виявимо, що величина M_{\max} пропорційна силі струму I у контурі й площі контуру S і зовсім не залежить від форми контуру. Отже, дія магнітного поля на плоский контур зі струмом визначається величиною

$$p_m = IS ,$$

яку називають **магнітним моментом контуру** (аналогічно обертальний момент, що діє в електричному полі на диполь, пропорційний електричному моменту диполя $p = ql$).

Крім сили струму I і площі S , контур характеризується також орієнтацією в просторі. Тому магнітний момент варто розглядати як вектор, напрямок якого збігається з напрямом додатної нормалі:

$$\vec{p}_m = p_m \vec{n} ,$$

де n – одиничний вектор.

На пробні контури, що відрізняються значенням p_m , діють у певній точці поля різні по величині обертальні моменти M_{max} . Однак відношення M_{max}/p_m буде для всіх контурів те саме й може бути прийняте для кількісної характеристики поля. Фізичну величину B , пропорційну цьому відношенню, називають **магнітною індукцією**:

$$B \sim \frac{M_{max}}{p_m}. \quad (6.4)$$

Магнітна індукція – вектор, напрям якого визначається рівноважним напрямом додатної нормалі до пробного контуру (ми назвали його напрямом поля). Формула (6.4) визначає модуль вектора \vec{B} .

Поле вектора \vec{B} можна подати наочно за допомогою ліній магнітної індукції, які будуються по тим самим правилам, що й лінії вектора \vec{E} .

Із зазначеного випливає, що \vec{B} характеризує силову дію магнітного поля на струм i , отже, є аналогом напруженості електричного поля \vec{E} , яка характеризує силову дію електричного поля на заряд.

6.13 Магнітне поле в речовині

Усі речовини більшою або меншою мірою мають магнітні властивості. Якщо два провідники зі струмами помістити в яке-небудь середовище, то сила магнітної взаємодії між струмами змінюється.

Фізична величина, що показує, у скільки разів індукція \vec{B} магнітного поля в однорідному середовищі відрізняється за модулем від індукції \vec{B}_0 магнітного поля у вакуумі, називається **магнітною проникністю**:

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

Слабomagнітні речовини поділяються на дві групи – **парамагнетики** й **діамагнетики**. Вони відрізняються тим, що при внесенні в зовнішнє магнітне поле парамагнітні зразки намагнічуються так, що їхнє власне магнітне поле виявляється спрямованим по зовнішньому полю, а діамагнітні зразки намагнічуються проти зовнішнього поля. Тому в парамагнетиків $\mu > 1$, а в

діамагнетиків $\mu < 1$. Відмінність μ від одиниці в пара- й діамагнетиків надзвичайно мала. Зразки з пара- і діамагнетика, поміщені в неоднорідне магнітне поле між полюсами електромагніту, поведуться по-різному – парамагнетики втягуються в область сильного поля, діамагнетики – виштовхуються з нього (рис. 6.9).

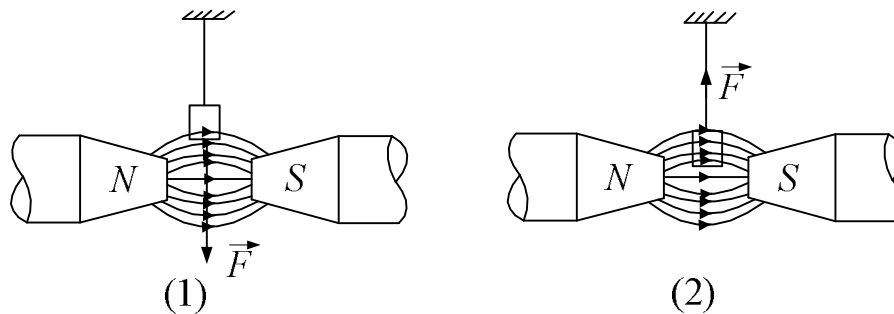


Рисунок 6.9

Речовини, які здатні сильно намагнічуватися в магнітному полі, називаються **ферромагнетиками**. Магнітна проникність ферромагнетиків по порядку величини лежить у межах 10^2 – 10^5 . Для кожного ферромагнетика існує певна температура (так звана **температура або точка Кюрі**), вище якої ферромагнітні властивості зникають, і речовина стає парамагнетиком.

Ферромагнітні матеріали поділяються на дві великі групи – на **магніто-м'які** й **магніто-жорсткі** матеріали. Магніто-м'які ферромагнітні матеріали майже повністю розмагнічуються, коли зовнішнє магнітне поле дорівнює нулю. Магніто-жорсткі матеріали значною мірою зберігають свою намагніченість і після видалення їх із магнітного поля.

6.14 Намагнічування магнетиків

Магнітна проникність μ ферромагнетиків **не є постійною величиною**; вона сильно залежить від індукції B_0 зовнішнього поля. Мінливість магнітної проникності приводить до складної нелінійної залежності індукції B магнітного поля в ферромагнетик від індукції B_0 зовнішнього магнітного поля. Особливістю процесу намагнічування ферромагнетиків є **гістерезис**. Крива намагнічування $B(B_0)$ ферромагнітного зразка становить петлю складної форми, яка називається **петлею гістерезису** (рис. 6.10).

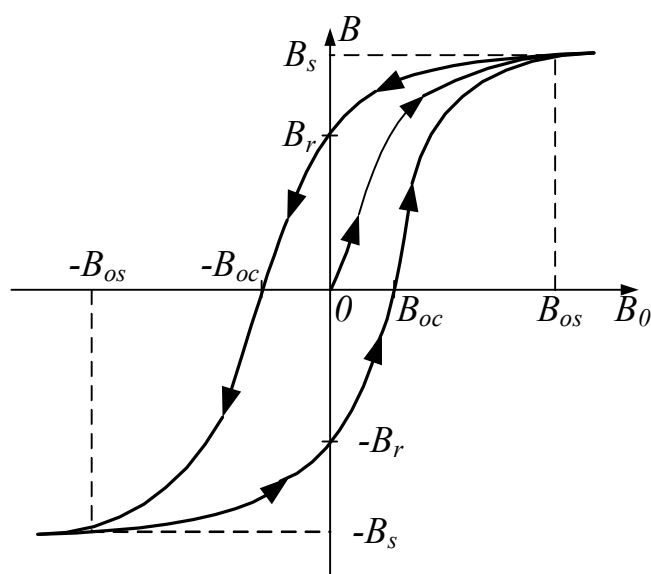


Рисунок 6.10

З рисунку 6.10 видно, що при $|B_0| > B_{0s}$ настає магнітне насичення – намагніченість зразка досягає максимального значення.

Якщо тепер зменшувати магнітну індукцію B_0 зовнішнього поля й довести її знову до нульового значення, то феромагнетик збереже **залишкову намагніченість** – поле всередині зразка буде рівно B_r .

Для того, щоб повністю розмагнітити зразок, необхідно, змінивши знак зовнішнього поля, довести магнітну індукцію B_0 до значення $-B_{0c}$, яке прийнято називати **коерцитивною силою**. Далі процес перемагнічування може бути продовжено, як це зазначено стрілками на рисунку 6.10.

У магніто-м'яких матеріалах значення коерцитивної сили B_{0c} невелике – петля гістерезису таких матеріалів досить вузька. Матеріали з більшим значенням коерцитивної сили, тобто, що мають широку петлю гістерезису, належать до магніто-жорстких.

Усередині кристала феромагнетика виникають мимовільно намагнічені області розміром порядку 10^{-2} – 10^{-4} см. Ці області називаються **доменами**. Кожний домен становить невеликий постійний магніт.

Під час відсутності зовнішнього магнітного поля напрями векторів індукції магнітних полів у різних доменах орієнтовані у великому кристалі хаотично. Такий кристал в середньому виявляється не намагніченим. При накладенні зовнішнього магнітного поля \vec{B}_0 відбувається зсув границь доменів так, що об'єм доменів, орієнтованих по зовнішньому полю, збільшується. Зі збільшенням індукції зовнішнього поля зростає магнітна індукція намагніченої речовини. У дуже сильному зовнішньому полі домени, у яких власне магнітне

поле за напрямом збігається із зовнішнім полем, поглинають усі інші домени, і настає магнітне насичення. Рисунок 6.11 може служити якісною ілюстрацією процесу намагнічування феромагнітного зразка.

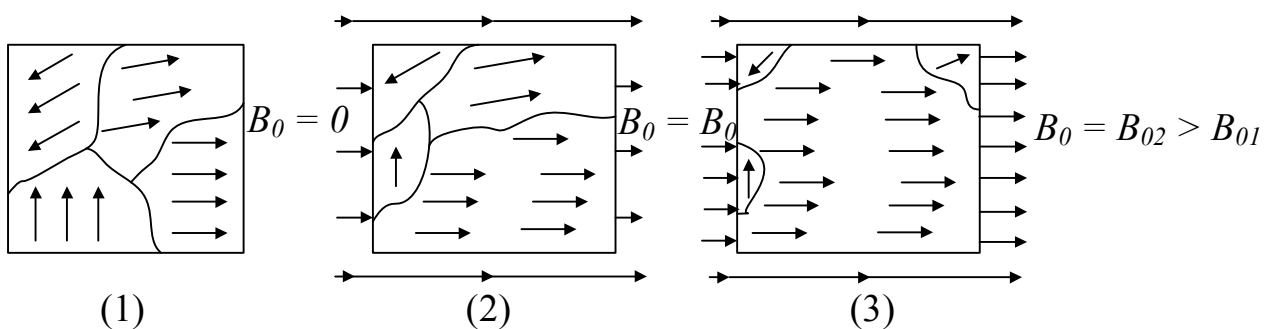


Рисунок 6.11

6.15 Явище електромагнітної індукції

Явище *електромагнітної індукції* полягає у виникненні електричного струму в замкненому провідному контурі у разі зміни в часі *магнітного потоку*, що пронизує контур.

Магнітним потоком Φ через площу S контуру називають величину

$$\Phi = BS \cos \alpha ,$$

де B – модуль вектора магнітної індукції; α – кут між вектором \vec{B} і нормаллю \vec{n} до площини контуру (рис. 6.12).

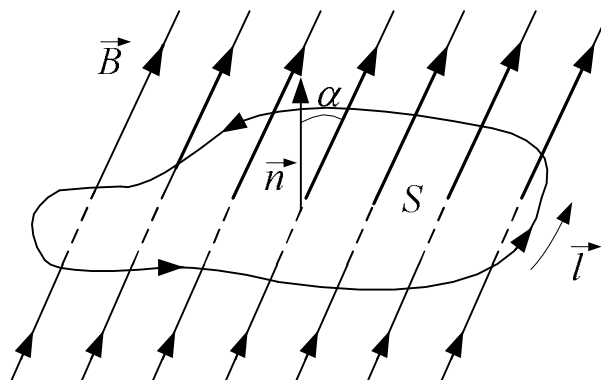


Рисунок 6.12

При зміні магнітного потоку в провідному контурі виникає ЕРС індукції \mathcal{E}_{ind} , що дорівнює швидкості зміни магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром, узятій зі знаком мінус:

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Ця формула має назву **закону Фарадея**.

Індукційний струм, збуджуваний у замкненому контурі при зміні магнітного потоку, завжди спрямований так, що створюване їм магнітне поле перешкоджає зміні магнітного потоку, що призводить до індукційного струму. Це твердження називається **правилом Ленца**.

Зміна магнітного потоку, що пронизує замкнений контур, може відбуватися з двох причин:

1. Магнітний потік змінюється внаслідок переміщення контуру або його частин у постійному в часі магнітному полі. Це випадок, коли провідники, а разом із ними й вільні носії заряду, рухаються в магнітному полі. Виникнення ЕРС індукції пояснюється дією сили Лоренца на вільні заряди в провідниках, що рухаються. Сила Лоренца відіграє в цьому випадку роль сторонньої сили.

2. Друга причина зміни магнітного потоку, що пронизує контур, – зміна в часі магнітного поля при нерухливому контурі. Електрони в нерухливому провіднику можуть приводитися в рух тільки електричним полем. Це електричне поле породжується мінливим у часі магнітним полем. Робота цього поля при переміщенні одиничного додатного заряду по замкненому контуру дорівнює ЕРС індукції в нерухливому провіднику.

Явище електромагнітної індукції в нерухливих провідниках, що виникає при зміні навколишнього магнітного поля, також описується формулою Фарадея. Отже, явища індукції в провідниках, що рухаються і нерухомих, протікають однаково, але фізична причина виникнення індукційного струму виявляється в цих двох випадках різною: у разі провідників, що рухаються, ЕРС індукції обумовлена силою Лоренца; у разі нерухомих провідників ЕРС індукції є наслідком дії на вільні заряди вихрового електричного поля, що виникає при зміні магнітного поля.

6.16 Самоіндукція

Самоіндукція є окремим випадком електромагнітної індукції, коли магнітний потік, що змінюється, призводить до ЕРС індукції, створюється струмом в самому контурі. Якщо струм у певному контурі з якихось причин змінюється, то змінюється і магнітне поле цього струму, а отже, і власний магнітний потік, що пронизує контур. У контурі виникає ЕРС самоіндукції, яка згідно з правилом Ленца перешкоджає зміні струму в контурі.

Власний магнітний потік Φ , пронизуючий контур або котушку зі струмом, пропорційний силі струму I і дорівнює

$$\Phi = LI.$$

Коефіцієнт пропорційності L у цій формулі називається **коефіцієнтом самоіндукції** або **індуктивністю**.

ЕРС самоіндукції, що виникає в котушці з постійним значенням індуктивності, становить

$$\varepsilon_{ind} = \varepsilon_L = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Магнітне поле має енергію. Енергія W_M магнітного поля котушки (соленоїда) з індуктивністю L , створений струмом I , дорівнює

$$W_M = \frac{\Phi I}{2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}.$$

Використовуючи наведені вище формули для коефіцієнта самоіндукції соленоїда і для магнітного поля B , створеного струмом I , можна одержати

$$W_M = \frac{\mu_0 \mu n^2 I^2}{2} V = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} V,$$

де V – об'єм соленоїда.

Фізична величина

$$w_M = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu},$$

дорівнює енергії магнітного поля в одиниці об'єму та називається **об'ємною густиною магнітної енергії**.

6.17 Закон Біо-Савара-Лапласа

Сила, що діє на ділянку провідника та перебуває в магнітному полі, пропорційна силі струму I , довжині Δl цієї ділянки й синусу кута α між напрямками струму та вектора магнітної індукції:

$$F \sim I \Delta l \sin \alpha.$$

Ця сила називається **силою Ампера**.

Модуль вектора магнітної індукції дорівнює відношенню максимального значення сили Ампера, що діє на прямий провідник зі струмом, до сили струму I у провіднику і його довжині Δl :

$$B = \frac{F_{\max}}{I \Delta l}.$$

У загальному випадку модуль сили Ампера виражається співвідношенням

$$F = Ib \Delta l \sin \alpha.$$

Взаємодія струмів викликається їхніми магнітними полями: магнітне поле одного струму діє силою Ампера на інший струм і навпаки (рис. 6.13).

Модуль сили, що діє на відрізок довжиною Δl кожного із провідників, прямо пропорційний силам струму I_1 і I_2 у провідниках, довжині відрізка Δl і обернено пропорційний відстані R між ними:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 \Delta l}{R},$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна постійна.

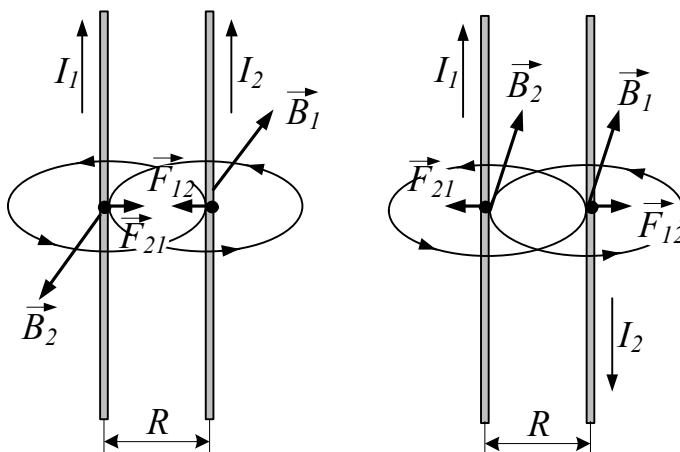


Рисунок 6.13

Індукцію \vec{B} провідника зі струмом можна уявити як векторну суму елементарних індукцій $\Delta\vec{B}$, створених окремими ділянками провідника.

Закон Біо-Савара визначає магнітну індукцію \vec{B} результуючого магнітного поля, створену малою ділянкою Δl провідника зі струмом I :

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I \Delta l \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

де r – відстань від певної ділянки Δl до точки спостереження; α – кут між напрямом на точку спостереження і напрямом струму на цій ділянці;

μ_0 – магнітна стала. Рисунок 6.14 ілюструє закон Біо-Савара на прикладі магнітного поля прямолінійного провідника зі струмом. Якщо підсумувати (проінтегрувати) внески в магнітне поле всіх окремих ділянок прямолінійного провідника зі струмом, то вийде така формула для магнітної індукції поля прямого струму:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R}.$$

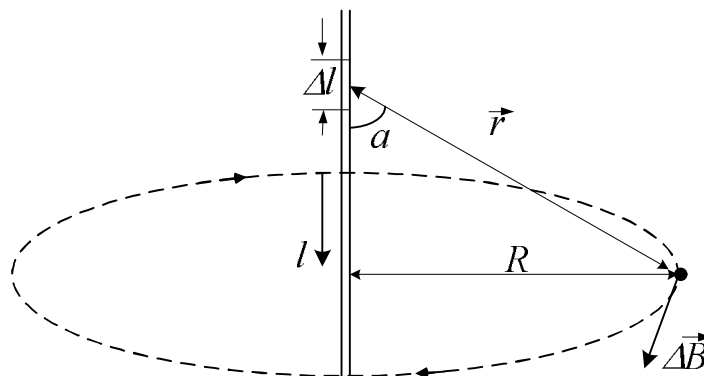


Рисунок 6.14

Сила Ампера, що діє на відрізок провідника довжиною Δl із силою струму I , що перебуває в магнітному полі B , може бути виражена через сили, що діють на окремі носії заряду.

6.18 Сила Лоренца

Нехай концентрація носіїв вільного заряду в провіднику n , а q – заряд носія. Вираз для сили Ампера з урахуванням концентрації зарядів, швидкості їх і площі поперечного переріза можна записати у такому вигляді:

$$F = qnS\Delta l v B \sin \alpha.$$

Якщо повне число N носіїв вільного заряду в провіднику довжиною Δl і перетином S рівно $n S \Delta l$, то сила, що діє на одну заряджену частку, становить

$$F_L = qvb \sin \alpha \quad \text{або} \quad \vec{F}_L = q [\vec{v} \times \vec{B}] .$$

Цю силу називають **силою Лоренца**. Кут α в цьому виразі дорівнює куту між швидкістю \vec{v} і вектором магнітної індукції \vec{B} . Напрямок сили Лоренца, що діє на додатно заряджену частку, так само, як і напрямки сили Ампера, можна знайти за *правилом лівої руки*. Взаємне розташування векторів \vec{v} , \vec{B} і \vec{F}_L для додатно зарядженої частки зображено на рисунку 6.15.

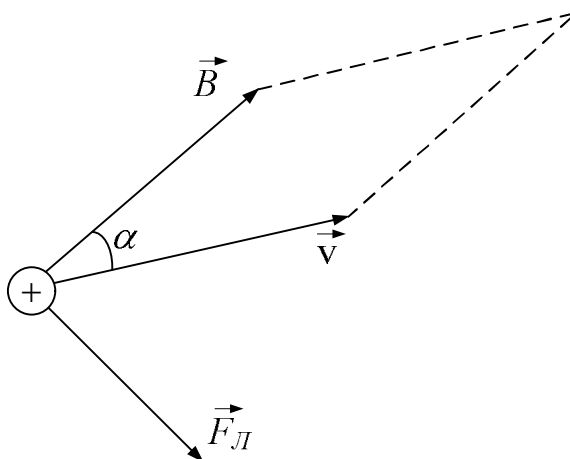


Рисунок 6.15

6.19 Рух заряджених частинок у магнітному полі

Уявімо собі заряд q , що влітає в однорідне магнітне поле зі швидкістю v , перпендикулярно до B . Під дією сили Лоренца заряд здобуває постійне по величині нормальне прискорення

$$\omega_n = \frac{F_L}{m} = \frac{q}{m} vB$$

(кут між v і B прямий).

Якщо швидкість змінюється тільки за напрямком, рух із постійним за величиною нормальним прискоренням становить рівномірний рух по колу,

радіус якого визначається умовою $\omega_n = v^2/R$. Підставляючи сюди значення для ω_n і вирішуючи рівняння, що вийшло відносно R , отримуємо

$$R = \frac{m}{q} \frac{v}{B}. \quad (6.5)$$

Отже, у разі, коли вектор v перпендикулярний до B , заряджена частинка рухається по колу, радіус якого залежить від швидкості частинки, магнітної індукції поля та відношення заряду частинки q до її маси m . Відношення $\frac{q}{m}$ називається **питомим зарядом**.

Знайдемо час T , який витрачає частинка на одне обертання. Для цього розділимо довжину кола $2\pi r$ на швидкість частинки v . Унаслідок одержимо

$$T = 2\pi \frac{m}{q} \frac{1}{B}.$$

Період коливань T частинки по колу виявляється не залежним від її швидкості, він визначається тільки питомим зарядом частинки й магнітною індукцією поля. На рисунку 6.16 зображено траєкторії руху в однорідному магнітному полі двох частинок з однаковим питомим зарядом, але різними швидкостями v_1 і v_2 . Якщо частинки виходять одночасно із точки O , то, зробивши за однаковий час повне обертання, вони знову зустрінуться в точці O .

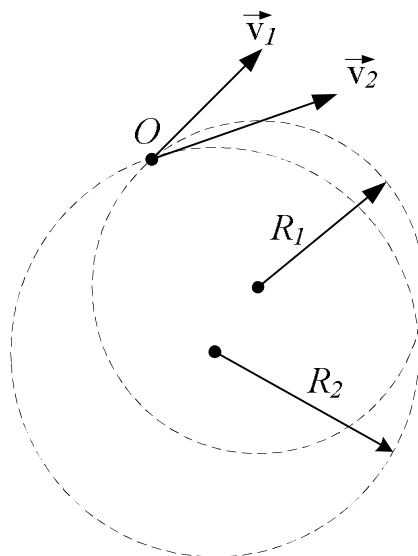


Рисунок 6.16

З'ясуємо особливості руху зарядженої частки у разі, коли її швидкість утворює з напрямом однорідного магнітного поля кут α , відмінний від $\pi/2$. Розкладемо вектор \vec{v} на дві взаємно перпендикулярні складові:

v_{\perp} – перпендикулярну до \vec{B} і v_{\parallel} – паралельну \vec{B} (рис. 6.17).

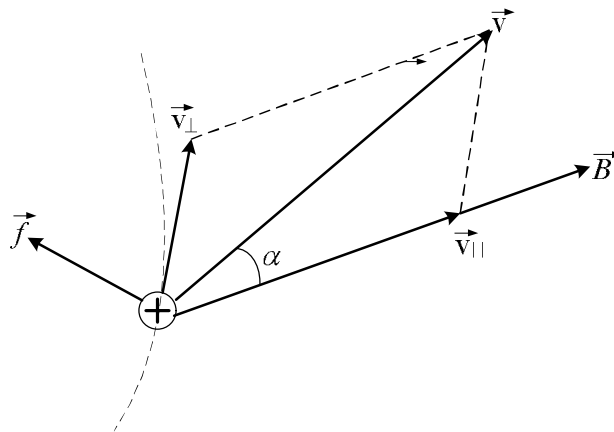


Рисунок 6.17

Легко побачити, що

$$v_{\perp} = v \sin \alpha, \quad v_{\parallel} = v \cos \alpha.$$

Сила Лоренца дорівнює

$$F_L = q v_{\perp} B \sin \alpha = q v B \sin^2 \alpha$$

і лежить у площині, перпендикулярній до \vec{B} . Створене цією силою прискорення є для v_{\perp} нормальним.

Складова сили Лоренца в напрямі \vec{B} дорівнює нулю; тому вплинути на величину v_{\parallel} ця сила не може. Отже, рух частки можна представити як накладення двох рухів: 1) переміщення вздовж напрямку \vec{B} із постійною швидкістю $v_{\parallel} = v \cos \alpha$; 2) рівномірного обертання в площині, перпендикулярній до вектора B . Радіус кола, по якій відбувається обертання, визначається формулою (6.5) з заміною v на $v_{\perp} = v \sin \alpha$. Траєкторія руху становить спіраль, вісь якої збігається з напрямом B (рис. 6.18).

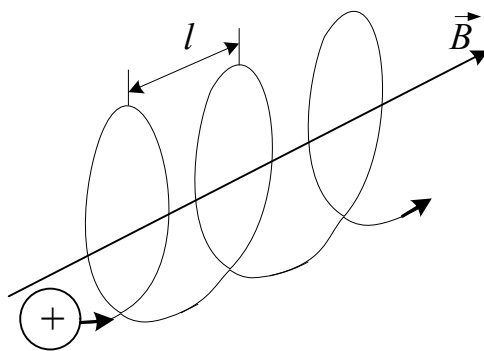


Рисунок 6.18

Крок спіралі l можна знайти, помноживши v_{\parallel} на період обертання T :

$$L = v_{\parallel} t = 2\pi \frac{m}{q} \frac{1}{B} v \cos \alpha .$$

Напрямок, в якому закручується спіраль, залежить від знака заряду частинки. Якщо заряд додатний, спіраль закручується проти годинникової стрілки. Спіраль, по якій рухається негативно заряджена частка, закручується за годинниковою стрілкою $\alpha > \pi/2$ (передбачається, що ми дивимося на спіраль уздовж напрямку B : частинка при цьому віддаляється від нас і наближається до нас, якщо $\alpha < \pi/2$).

6.20 Рух заряджених частинок в електричному полі

Розглянемо вузький пучок однакових заряджених частинок (наприклад електронів), що попадає в точці O на перпендикулярний до нього екран (рис. 6.19).

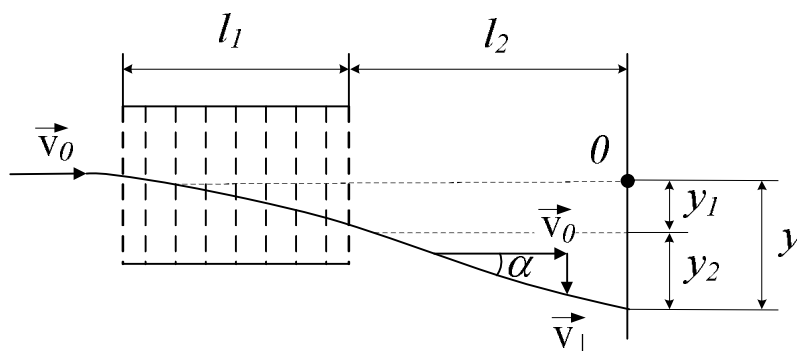


Рисунок 6.19

Визначимо зсув сліду пучка, спричинений перпендикулярним до пучка однорідним електричним полем, що діє на шляху довжиною l_1 . Нехай спочатку

швидкість частинок рівна \vec{v}_0 . Увійшовши в область поля, кожна частинка буде рухатися з постійним за величиною та напрямом, перпендикулярним до \vec{v}_0 прискоренням

$$\vec{w}_\perp = \frac{q}{m} \vec{E}, \quad \frac{q}{m} - \text{питомий заряд частинки.}$$

Рух під дією поля триває протягом часу $t = \frac{l_1}{v_0}$. За цей час частинка зміститься на відстань

$$y_1 = \frac{1}{2} w_\perp t^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \frac{l_1^2}{v_0^2} \quad (6.6)$$

і отримає перпендикулярну до \vec{v}_0 складову швидкості

$$v_\perp = w_\perp t = \frac{q}{m} E \frac{l_1}{v_0}.$$

Надалі частинки летять прямолінійно в напрямі, який утворює з вектором \vec{v}_0 кут α , обумовлений умовою

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_\perp}{v_0} = \frac{q}{m} E \frac{l_1}{v_0^2}. \quad (6.7)$$

Унаслідок цього на додаток до зсуву (6.6) пучок одержує зсув

$$y_2 = l_2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{q}{m} E \frac{l_1 l_2}{v_0^2},$$

де l_2 – відстань від границі поля до екрана.

Отже, зсув сліду пучка відносно точки O дорівнює

$$y = y_1 + y_2 = \frac{q}{m} E \frac{l_1}{v_0^2} \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right).$$

Останній вираз можна з врахуванням (6.7) записати у вигляді

$$y = \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right),$$

звідки випливає, що частинки, покинувши поле, летять так, ніби вони вилетіли із центру конденсатора, що створює поле, під кутом α , який визначається формулою (6.7).

Контрольні питання для самоперевірки

1. Що називається ЕРС джерела струму?
2. Сформулюйте закон Ома для однорідного та неоднорідного ділянок ланцюга.
3. Дати визначення вузла, незалежних контурів електричного кола.
4. Сформулювати перше і друге правила Кірхгофа.
5. Яка сутність правил Кірхгофа?
6. Що таке напівпровідник?
7. Що таке (діркова) і електронна провідність?
8. Чим напівпровідник відрізняється від діелектриків і металів із погляду квантової теорії?
9. Що називається індукцією магнітного поля? Який фізичний зміст цієї величини? В яких одиницях вона вимірюється в системі СІ?
10. Дати визначення магнітного моменту контуру зі струмом.
11. Дати визначення величини й напрямку сили Ампера.
12. Які будова і призначення електромагніту?
13. Чому для осердя електромагніта використовують ферромагнетик?
14. Що таке сила Лоренца? Як визначається її напрям? Які Ви знаєте прояви сили Лоренца в природі?
15. Як використовується в техніці сила Лоренца? Назвіть прилади й апарати, в яких вона використовується.
16. Як визначити індукцію магнітного поля соленоїда?
17. Класифікація магнетиків.

7 ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

7.1 Електричний коливальний контур

В електричних колах, так само як і в механічних системах, таких як вантаж на пружині або маятник, можуть виникати **вільні коливання**. Найпростішою електричною системою, здатної робити вільні коливання, є послідовний *RLC*-контур (рис. 7.1).

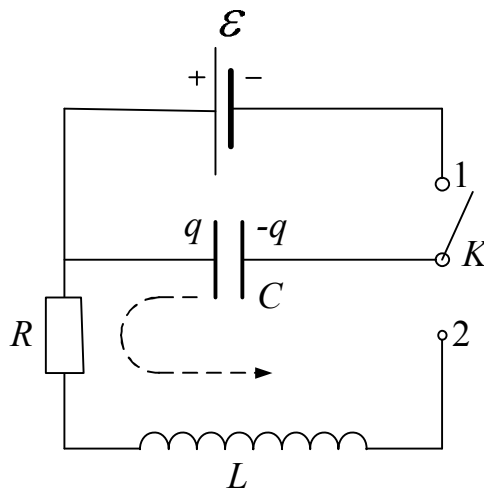


Рисунок 7.1

Коли ключ *K* перебуває в положенні 1, конденсатор заряджається до напруги \mathcal{E} . Після перемикання ключа в положення 2 починається процес розрядження конденсатора через резистор *R* і котушку індуктивності *L*. За певних умов цей процес може мати коливальне значення.

Закон Ома для замкненого *RLC*-контур, що не містить зовнішнє джерело струму, записується у такому вигляді:

$$IR + U = -L \frac{dI}{dt},$$

де $U = \frac{q}{C}$ – напруга на конденсаторі; q – заряд конденсатора;

$I = \frac{dq}{dt}$ – струм у контурі. У правій частині цього співвідношення

знаходиться ЕРС самоіндукції котушки. Якщо як змінну величину вибрати

заряд конденсатора $q(t)$, рівняння, що описує вільні коливання в RLC -контурі, може бути приведене до такого вигляду:

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0 .$$

Розглянемо спочатку випадок, коли в контурі немає втрат електромагнітної енергії ($R = 0$). Тоді

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0 . \quad (7.1)$$

У цьому разі прийнято позначення: $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$. Рівняння (7.1) описує вільні коливання в LC -контурі під час відсутності згасання. За своїм виглядом воно в точності збігається з рівнянням вільних коливань вантажу на пружині під час відсутності сил тертя. Рисунок 7.2 ілюструє аналогію процесів вільних електричних і механічних коливань. На малюнку наведено графіки зміни заряду $q(t)$ конденсатора і зсуву $x(t)$ вантажу від положення рівноваги, а також графіки струму $I(t)$ і швидкості вантажу $v(t)$ за один період $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ коливань.

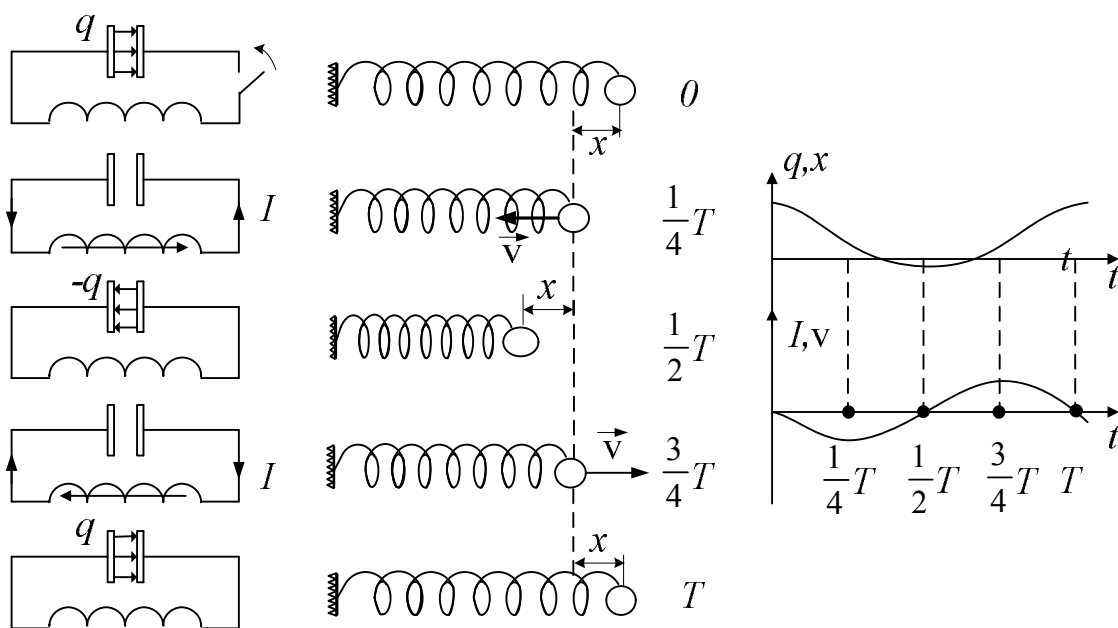


Рисунок 7.2

Порівняння вільних коливань вантажу на пружині й процесів в електричному коливальному контурі дає змогу дійти висновку про аналогію між електричними й механічними величинами. Ці аналогії подано в таблиці 7.1.

Таблиця 7.1 – Порівняння вільних механічних та електричних коливань

Електричні величини		Механічні величини	
Заряд конденсатора	$q(t)$	Координата	$x(t)$
Струм у ланцюзі	$j = \frac{dq}{dt}$	Швидкість	$v = \frac{dx}{dt}$
Індуктивність	L	Маса	M
Величина, зворотна ємності	$\frac{1}{C}$	Жорсткість	k
Напруга на конденсаторі	$U = \frac{q}{C}$	Пружна сила	kx
Енергія електричного поля конденсатора	$\frac{q^2}{2C}$	Потенціальна енергія пружини	$\frac{kx^2}{2}$
Магнітна енергія котушки	$\frac{LI^2}{2}$	Кінетична енергія	$\frac{mv^2}{2}$
Магнітний потік	LI	Імпульс	mv

За відсутністю згасання вільні коливання в електричному контурі є *гармонічними*, тобто відбуваються за законом

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Параметри L і C коливального контуру визначають тільки власну частоту вільних коливань

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Амплітуда q_0 і початкова фаза φ_0 визначаються **початковими умовами**, тобто тим способом, за допомогою якого система була виведена зі стану рівноваги. Зокрема, для процесу коливань, який почнеться в контурі (рис. 7.1) після перемикання ключа K у положення 2, $q_0 = C\mathcal{E}$, $\varphi_0 = 0$.

При вільних коливаннях відбувається періодичне перетворення електричної енергії $W_{\mathcal{E}}$, накопиченої в конденсаторі, у магнітну енергію W_M котушки й навпаки. Якщо в коливальному контурі немає втрат енергії, то повна електромагнітна енергія системи залишається незмінною:

$$W = W_{\mathcal{E}} + W_M = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \text{const} .$$

7.2 Електричні коливання

7.2.1 Електричні загасні коливання

Усі реальні контури містять електричний опір R . Процес вільних коливань у такому контурі вже не підкоряється гармонічному закону. За кожний період коливань частина електромагнітної енергії, запасеної в контурі, перетворюється в джоулеве тепло, і коливання стають **загасними** (рис. 7.3).

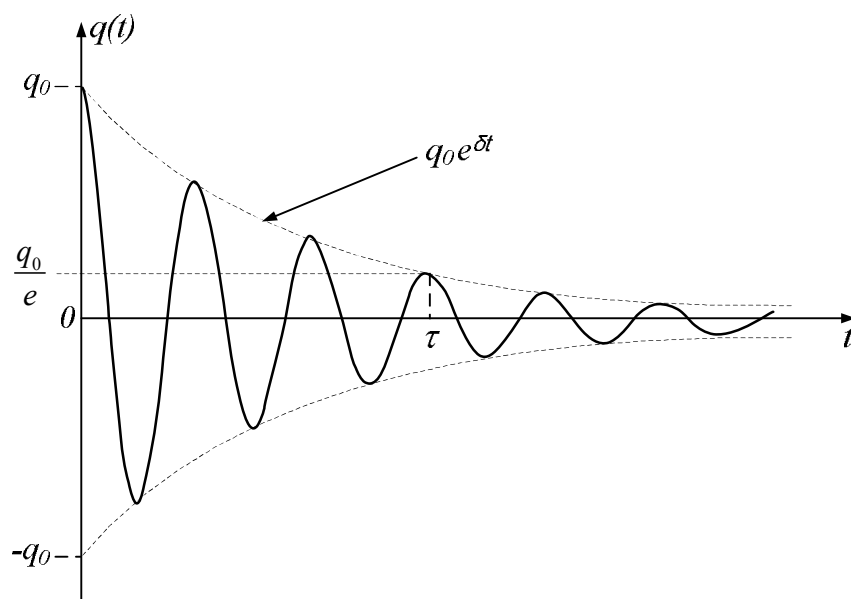


Рисунок 7.3

Загасні коливання в електричному контурі аналогічні загасним коливанням вантажу на пружині за наявності в'язкого тертя, коли сила тертя змінюється прямо пропорційно швидкості тіла:

$$F_{\text{тр}} = -\beta v.$$

Коефіцієнт β у цій формулі аналогічний опору R електричного контуру. Рівняння вільних коливань у контурі за наявності згасання має такий вигляд:

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (7.2)$$

Фізична величина $\delta = R / 2L$ називається **коефіцієнтом згасання**. Розв'язком цього диференціального рівняння є функція

$$q(t) = q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

яка містить множник $\exp(-\delta t)$, що описує згасання коливань. Швидкість згасання залежить від електричного опору R контуру. Інтервал часу $\tau = \frac{1}{\delta}$, протягом якого амплітуда коливань зменшується в $e \approx 2,7$ рази, називається **часом згасання**.

Раніше було введено поняття **добротності** Q коливальної системи:

$$Q = \pi N = \pi \frac{\tau}{T},$$

де N – число повних коливань, здійснених системою за час згасання τ . Добротності Q будь-якої коливальної системи, здатної робити вільні коливання, може бути дане енергетичне визначення:

$$Q = 2\pi \frac{\text{Запас енергії в коливальній системі}}{\text{Втрата енергії за 1 період}}.$$

Для RLC -контуру добротність Q виражається такою формулою:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Добротність електричних контурів, застосовуваних в радіотехніці, звичайно є високою: за порядком величини вона дорівнює декільком десяткам і навіть сотням.

Варто зазначити, що власна частота ω вільних коливань у контурі з не дуже високою добротністю трохи менше власної частоти ω_0 ідеального контуру з тими самими значеннями L і C . Однак при $Q \geq (5 \div 10)$ цією відмінністю можна знехтувати.

7.2.2 Електричні вимушені коливання

Процеси, що виникають в електричних колах під дією зовнішнього періодичного джерела струму, називаються **вимушеними коливаннями**.

Вимушені коливання, на відміну від власних коливань в електричних колах, є **незгасними**. Зовнішнє джерело періодичного впливу забезпечує приплив енергії до системи й не дає коливанням згасати, незважаючи на наявність неминучих втрат.

Особливий інтерес становить випадок, коли зовнішнє джерело, напруга якого змінюється за гармонічним законом із частотою ω , включений в електричне коло, здатний робити власні вільні коливання на деякій частоті ω_0 .

Якщо частота ω_0 вільних коливань визначається параметрами електричного кола, то **вимушені коливання, що встановилися, завжди відбуваються на частоті ω зовнішнього джерела**.

Для встановлення вимушених стаціонарних коливань після включення в коло зовнішнього джерела необхідно якийсь час Δt . Цей час за порядком величини дорівнює часу τ згасання вільних коливань у колі.

Тепер можна побудувати векторну діаграму для послідовного RLC -контурі, в якому відбуваються вимушені коливання на частоті ω . Оскільки струм, що протікає через послідовно сполучені ділянки кола, той самий, векторну діаграму зручно будувати відносно вектора, що зображує коливання струму в колі. Амплітуду струму позначимо через I_0 . Фаза струму дорівнює рівної нулю. Це цілком припустимо, оскільки фізичний інтерес становлять не абсолютні значення фаз, а відносні фазові зрушення. Векторну діаграму для послідовного RLC -контурі наведено на рисунку 7.4.

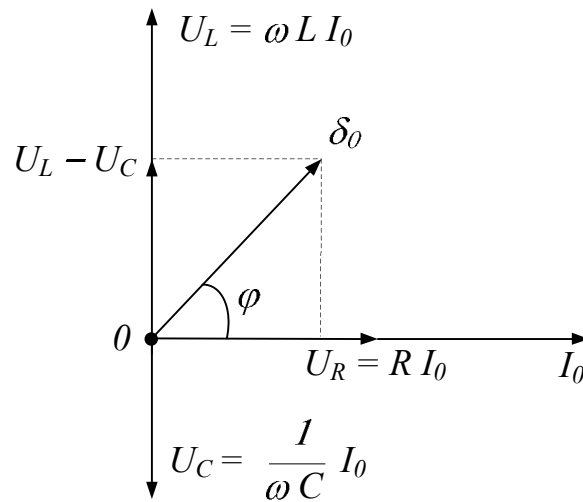


Рисунок 7.4

Векторна діаграма на рисунку 7.4 побудована для випадку, коли $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ або $\omega^2 > \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$. У цьому разі напруга зовнішнього джерела випереджає по фазі струм, що тече в колі, на деякий кут φ .

Відповідно до рисунка

$$\varepsilon_0^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2,$$

звідки випливає

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Згідно з виразом для I_0 амплітуда струму приймає максимальне значення за умови

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

або

$$\omega^2 = \omega_{рез}^2 = \omega_0^2 = \frac{1}{LC}.$$

7.2.3 Електричний резонанс

Явище зростання амплітуди коливань струму при збігу частоти ω коливань зовнішнього джерела з власною частотою ω_0 електричного кола називається **електричним резонансом**. При резонансі

$$(I_0)_{рез} = \frac{\mathcal{E}_0}{R}.$$

Зміщення фаз ϕ між прикладеною напругою і струмом в колі при резонансі звертається в нуль. Резонанс у послідовному *RLC-колі* і називається **резонансом напруг**. Аналогічним образом за допомогою векторної діаграми можна досліджувати явище резонансу при паралельному з'єднанні елементів R , L і C (так званий **резонанс струмів**).

При послідовному резонансі ($\omega = \omega_0$) амплітуди U_C і U_L напруг на конденсаторі й котушці стрімко зростають:

$$(U_L)_{рез} = (U_C)_{рез} = \omega_0 L (I_0)_{рез} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Раніше було введено поняття добротності *RLC*-контур:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Отже, при резонансі амплітуди напруг на конденсаторі й котушці в Q разів перевищують амплітуду напруги зовнішнього джерела.

Рисунок 7.5 ілюструє явище резонансу в послідовному електричному контурі. На рисунку графічно зображено залежність відносини амплітуди U_C напруги на конденсаторі до амплітуди \mathcal{E}_0 напруги джерела від його частоти ω для різних значень добротності Q . Криві на рисунку 7.5 називаються **резонансними кривими**.

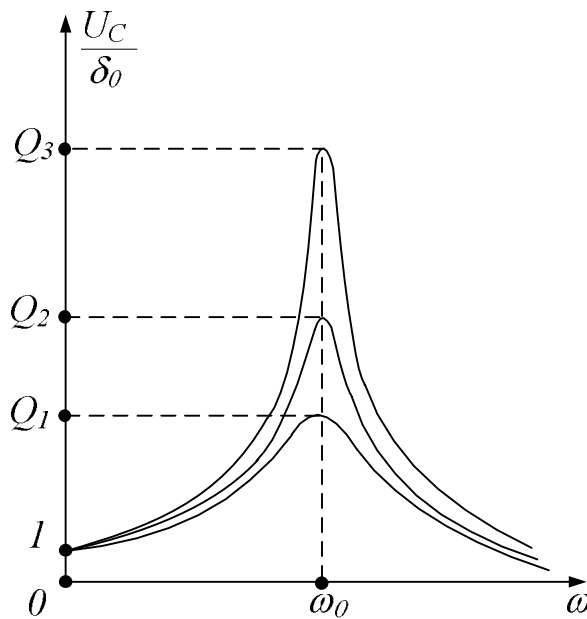


Рисунок 7.5

Можна показати, що максимум резонансних кривих для контурів із низькою добротністю трохи зміщені в область низьких частот.

Коливальний контур, який працює в режимі резонансу *напруг*, сам собою не є підсилювачем потужності. Підвищені напруги на його елементах виникають шляхом збільшення струму в колі та споживаної потужності від джерела змінної напруги. Явище резонансу напруг необхідно враховувати у процесі розроблення апаратури. Підвищена напруга може зашкодити елементам, не розрахованих на нього.

Коливальний контур, який працює в режимі резонансу *струмів*, також не є підсилювачем потужності. Великі струми, що циркулюють у контурі, виникають за допомогою потужного імпульсу струму від генератора в момент включення, коли заряджається конденсатор. При значному відборі потужності від контуру ці струми «витрачаються», і генератору знову доводиться віддавати значний струм підзарядки.

Оскільки струму з частотою ω виявляється значний опір, то і падіння напруги на контурі при частоті ω буде максимальним. Це властивість контуру отримало назву *вибірковість*, воно використовується в радіоприймачах для виділення сигналу певної радіостанції. Коливальний контур, який працює в режимі резонансу струмів, є одним із головних вузлів електронних генераторів.

7.3 Змінний електричний струм

Електричні кола, в яких відбуваються вимушені коливання, що встановилися, під дією періодичного джерела струму, **називаються колами змінного струму**.

Розглянемо послідовний коливальний контур, тобто *RLC-контур*, в який включене джерело струму, напруга якого змінюється за періодичним законом (рис. 7.6):

$$e(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega t,$$

де \mathcal{E}_0 – амплітуда; ω – кругова частота.

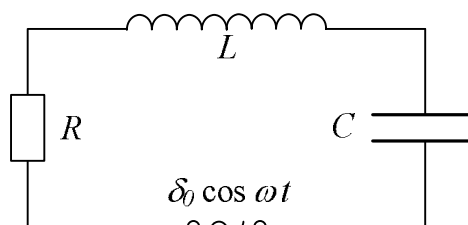


Рисунок 7.6

Передбачається, що для електричного кола, зображеного на рисунку 7.6, виконана умова **квазістаціонарності**. Тому для миттєвих значень струмів і напруг можна записати закон Ома:

$$RI + \frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t .$$

Величина $L \frac{dI}{dt}$ – це ЕРС самоіндукції котушки, перенесена зі зміною знака із правої частини рівняння в ліву. Цю величину прийнято називати **напругою на котушці індуктивності**.

Рівняння вимушених коливань можна записати у такому вигляді:

$$u_R + u_c + u_l = e(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega t,$$

де $u_R(t)$, $u_c(t)$ і $u_l(t)$ – миттєві значення напруг на резисторі, конденсаторі й котушці відповідно.

Амплітуди цих напруг будемо позначати буквами U_R , U_C і U_L . При вимушених коливаннях, що встановилися, усі напруги змінюються з частотою ω зовнішнього джерела змінного струму. Для наочного розв'язку рівняння вимушених коливань можна використовувати **метод векторних діаграм**.

На векторній діаграмі коливання певної **заданої частоти** ω зображуються за допомогою векторів (рис. 7.7).

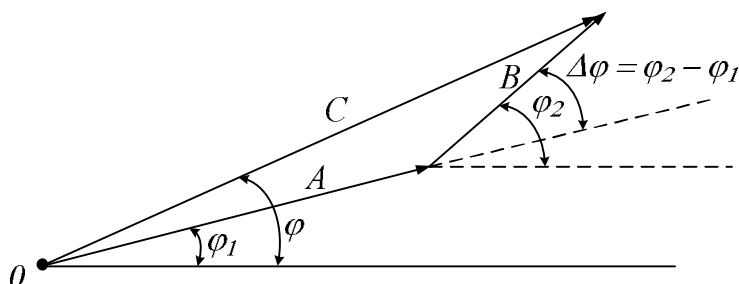


Рисунок 7.7

Довжини векторів на діаграмі дорівнюють амплітудам A і B коливань, а нахил до горизонтальної осі визначається фазами коливань φ_1 і φ_2 . Взаємна орієнтація векторів визначається відносним фазовим зсувом $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Вектор, що зображує сумарне коливання, будується на векторній діаграмі за правилом додавання векторів: $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$.

Для того, щоб побудувати векторну діаграму напруг і струмів при вимушених коливаннях в електричному колі, потрібно знати співвідношення між амплітудами струмів і напруг і фазовий зсув між ними для всіх ділянок кола.

Розглянемо окремо випадки підключення зовнішнього джерела змінного струму до резистора з опором R , конденсатора з ємністю C і котушки з індуктивністю L . У всіх трьох випадках напруга на резисторі, конденсаторі й котушці дорівнює напрузі джерела змінного струму.

7.3.1 Резистор у колі змінного струму

$$i_R R = u_R = U_R \cos \omega t; \quad i_R = \frac{U_R}{R} \cos \omega t = I_R \cos \omega t.$$

У цьому разі через I_R позначена амплітуда струму, що протікає через резистор. Зв'язок між амплітудами струму та напруги на резисторі виражається співвідношенням $RI_R = U_R$.

Фазовий зсув між струмом і напругою на резисторі дорівнює нулю. Фізична величина R називається **активним опором резистора**.

7.3.2 Конденсатор у колі змінного струму

$$u_C = \frac{q}{c} = U_C \cos \omega t ;$$

$$i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} = CU_C (-\omega \sin \omega t) = \omega CU_C \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = I_C \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Співвідношення між амплітудами струму I_C і напруги U_C таке:

$$\frac{1}{\omega C} I_C = U_C.$$

Струм випереджає по фазі напругу на кут $\frac{\pi}{2}$.

Фізична величина $X_C = \frac{1}{\omega C}$ називається **ємнісним опором конденсатора**.

7.3.3 Котушка індуктивності в колі змінного струму

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = U_L \cos \omega t ;$$

$$i_L = \int \frac{U_L}{L} \cos \omega t dt = \frac{U_L}{\omega L} \sin \omega t = \frac{U_L}{\omega L} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_L \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Співвідношення між амплітудами струму I_L і напруги U_L таке:

$$\omega L I_L = U_L.$$

Струм відстає по фазі від напруги на кут $\frac{\pi}{2}$.

Фізична величина $X_L = \omega L$ називається *індуктивним опором котушки*.
Величину

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega L} \right)^2}$$

називають *повним опором* кола змінного струму. Формулу, що виражає зв'язок між амплітудними значеннями струму та напруги в колі, можна записати у вигляді

$$ZI_0 = \mathcal{E}_0.$$

Це співвідношення називають *законом Ома для кола змінного струму*.
Формули, наведені на початку цього параграфа, виражають окремі випадки закону Ома.

7.4 Електромагнітні хвилі. Рівняння електромагнітної хвилі

Процес поширення коливань у просторі називається хвилею. Частинки середовища, в якому поширюється хвиля, не переносяться нею. Вони тільки здійснюють коливання навколо своїх положень рівноваги.

Якщо частинки середовища коливаються в площині, перпендикулярній до напрямку поширення хвилі, то такі хвилі називаються *поперечними* (рис. 7.8, а). Якщо напрям коливань частинок збігається з напрямком поширення – то це *подовжні* хвилі (рис. 7.8, б).

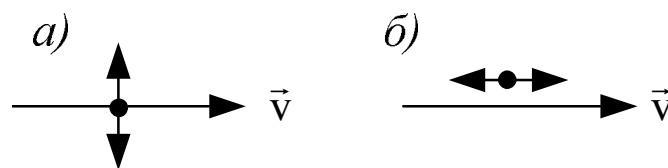


Рисунок 7.8

Поперечні хвилі виникають тільки в середовищі, яке має опір зміщення. Тому в рідинах і газах можуть виникати тільки подовжні хвилі (виняток становлять поперечні хвилі на поверхні рідин). У твердих тілах можливе виникнення як подовжніх, так і поперечних хвиль.

Різні частинки в хвилі коливаються зі зміщенням фази. Частинки, які відстоять на відстані νT (ν – швидкість поширення хвилі, T – період коливань

хвилі), коливаються в однаковій фазі. Ця відстань називається **довжиною хвилі**.

$$\lambda = v T.$$

Частота коливань у хвилі $\nu = 1/T$, тоді формулу можемо записати у такому вигляді:

$$\lambda \nu = v.$$

Геометричне місце точок, до яких дійшов хвильовий процес, називається **фронтом хвилі**. Геометричне місце точок, які коливаються в однаковій фазі, називаються **хвильовою поверхнею**. За формою хвильової поверхні хвилі поділяються на **плоскі, циліндричні та сферичні**. Плоскі хвилі утворюються **плоским** джерелом коливання, циліндричні – **лінійним**, а сферичні – **точковим**.

Плоска хвиля, яка поширюється вздовж осі z , описується такою формулою:

$$x(z, t) = a \cos(\omega t - kz + \alpha) ,$$

де x – зсув точки, яка коливається, від положення рівноваги; a – амплітуда хвилі (максимальний зсув); $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$ – циклічна частота коливань; $k = \omega/\nu = 2\pi/\lambda$ – хвильове число.

В аргументі \cos (або \sin) у рівнянні хвилі стоїть час t і координата z , тобто хвиля – це двічі періодичний процес, періодичний як за часом, так і по координаті. Період T – це період повторення коливань у часі, а довжина хвилі λ – це період повторення коливань у просторі.

Формула плоскої хвилі є розв’язком диференціального рівняння другого порядку в частинних похідних, яке називається **хвильовим**:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} .$$

Будь-яка функція, яка задовольняє хвильовому рівнянню, описує деяку хвилю.

Змінне електричне поле породжує змінне магнітне поле, яке, зі свого боку породжує електричне поле. Отже, у просторі виникає послідовність взаємних перетворень електричного та магнітного полів, які поширюються від точки до точки. Цей процес періодичний у просторі й часі і, отже, є хвилею.

Висновок про можливість існування електромагнітних хвиль випливає з теорії електромагнітного поля Максвелла.

Розглянемо плоску електромагнітну хвилю, яка поширюється вздовж осі z в однорідному непровідному середовищі.

З рівнянь електромагнітного поля випливає

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2}.$$

Ці рівняння – хвильові, з яких швидкість поширення електромагнітних хвиль в середовищі з відносною діелектричною проникністю ε і відносною магнітною проникністю μ визначається такою формулою:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}},$$

та у вакуумі:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c,$$

де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі. У такий спосіб у вакуумі швидкість електромагнітних хвиль збігається зі швидкістю світла. Звідси Максвелл дійшов висновку, що світлові хвилі – це **електромагнітні хвилі**.

Розв'язок хвильових рівнянь має такий вигляд:

$$\vec{E} = \vec{e}_y E_m \cos(\omega t - kz + \alpha),$$

$$\vec{H} = \vec{e}_x H_m \cos(\omega t - kz + \alpha),$$

де \vec{e}_x, \vec{e}_y – орти вздовж координатних осей.

Отже, в електромагнітній хвилі коливається вектор напруженості \vec{E} електричного поля і вектор напруженості \vec{H} магнітного поля. Коливання цих векторів синфазні, тобто одночасно досягають максимального значення й одночасно обертаються в нуль. Вектори \vec{E} і \vec{H} **перпендикулярні** один одному й коливаються в площині, перпендикулярній до напрямку поширення хвилі, тобто електромагнітні хвилі належать до класу поперечних хвиль, а вектори \vec{E} й \vec{H} утворюють із напрямом поширення правоґвинтову систему (рис. 7.9)

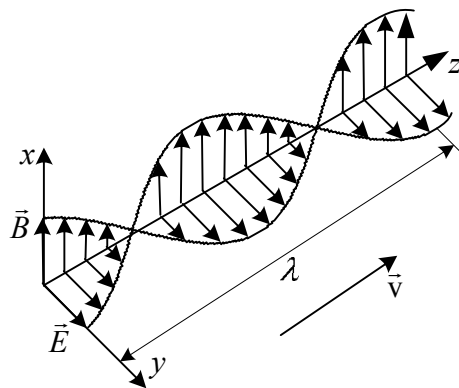


Рисунок 7.9

Амплітуди векторів \vec{E} і \vec{H} зв'язані між собою співвідношенням

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m .$$

$$\frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \text{ (Ом)}$$

– це так званий **хвильовий опір вакууму**.

В електромагнітній хвилі в фіксованій точці простору вектори \vec{E} і \vec{H} змінюються в часі за гармонічним законом, а у фіксований момент часу змінюються в просторі також за гармонічним законом.

Електромагнітні хвилі – це різновид польової (електромагнітної) матерії і для свого поширення не вимагають іншої матерії (середовища). Тому вони можуть поширюватися також у вакуумі, а механічні хвилі – це коливання частинок середовища. У цьому полягає принципова відмінність електромагнітних і механічних хвиль.

7.5 Випромінювання диполя

Перше експериментальне підтвердження електромагнітної теорії Максвелла було дано приблизно через 15 років після створення теорії в дослідах Г. Герца (1888 р.). Герц не тільки експериментально довів існування електромагнітних хвиль, але вперше почав вивчати їхні властивості – поглинання і заломлення в різних середовищах, відбиття від металевих поверхонь тощо. Йому вдалося виміряти на досліді довжину хвилі та швидкість поширення електромагнітних хвиль, яка дорівнює швидкості світла.

Досліди Герца зіграли вирішальну роль для доказу й визнання електромагнітної теорії Максвелла. Через сім років після цих дослідів електромагнітні хвилі знайшли застосування в бездротовому зв'язку (А. С. Попов, 1895 р.).

Найпростішою системою, що випромінює електромагнітні хвилі, є невеликий за розмірами електричний диполь, дипольний момент $p(t)$ якого швидко змінюється в часі.

Такий елементарний диполь називають **диполем Герца**. У радіотехніці диполь Герца еквівалентний невеликій антені, розмір якої багато менше довжини хвилі λ (рис. 7.10).

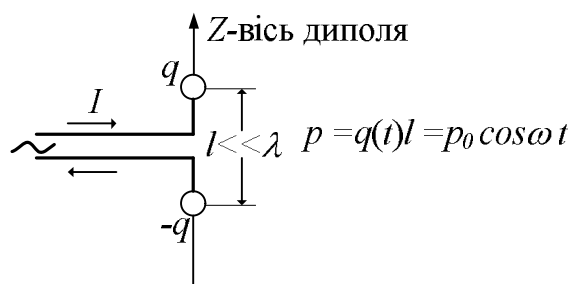


Рисунок 7.10

Рисунок 7.11 дає уяву про структуру електромагнітної хвилі, яку випромінює такий диполь.

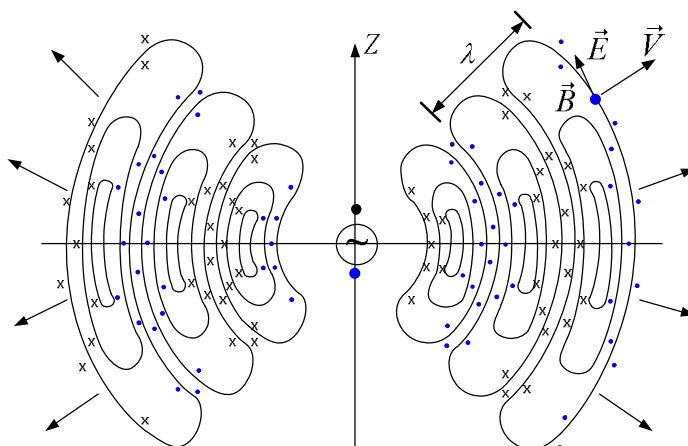


Рисунок 7.11

Варто звернути увагу на те, що максимальний потік електромагнітної енергії випромінюється в площині, перпендикулярній осі диполя. Уздовж своєї осі диполь не випромінює енергії. Герц використовував елементарний диполь як випромінювальну й приймальну антену при експериментальному доказі існування електромагнітних хвиль.

7.6 Хвильова оптика

Хвильова теорія розглядає поширення світла як хвильовий процес. В основу хвильової теорії покладено *принцип Гюйгенса*, згідно з яким кожна точка, до якої доходить хвиля, стає центром вторинних хвиль. Під *хвильовим фронтом* Гюйгенс розумів геометричне місце точок, до яких одночасно доходить хвильове збурення. Рисунок 7.12 дає уявлення про побудови Гюйгенса для визначення напрямку поширення хвилі, заломленій на кордоні двох прозорих середовищ.

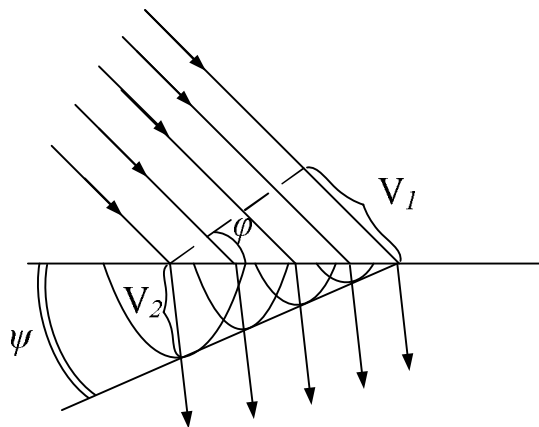


Рисунок 7.12

Для випадку заломлення світла на кордоні вакуум-середовище хвильова теорія призводить до такого висновку:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v}{c} = n .$$

7.6.1 Інтерференція

Інтерференція – одне з яскравих проявів хвильової природи світла, явище накладення двох або декількох світлових пучків, різниця фаз яких не

змінюється в часі. Такі джерела (хвилі) називаються **когерентними**. Інтенсивність світла в області перекривання пучків виглядає як почергові світлі і темні смуги.

У досліді Юнга світло від джерела, замість якого використовували вузьку щілину S , падало на екран із двома близько розташованими щілинами S_1 і S_2 (рис. 7.13). Проходячи через кожну з щілин, світловий пучок розширювався внаслідок дифракції, тому на екрані E світлові пучки, що пройшли через щілини S_1 і S_2 , перекривалися. В області перекриття світлових пучків спостерігалася інтерференційна картина у вигляді світлих і темних смуг, що чергуються.

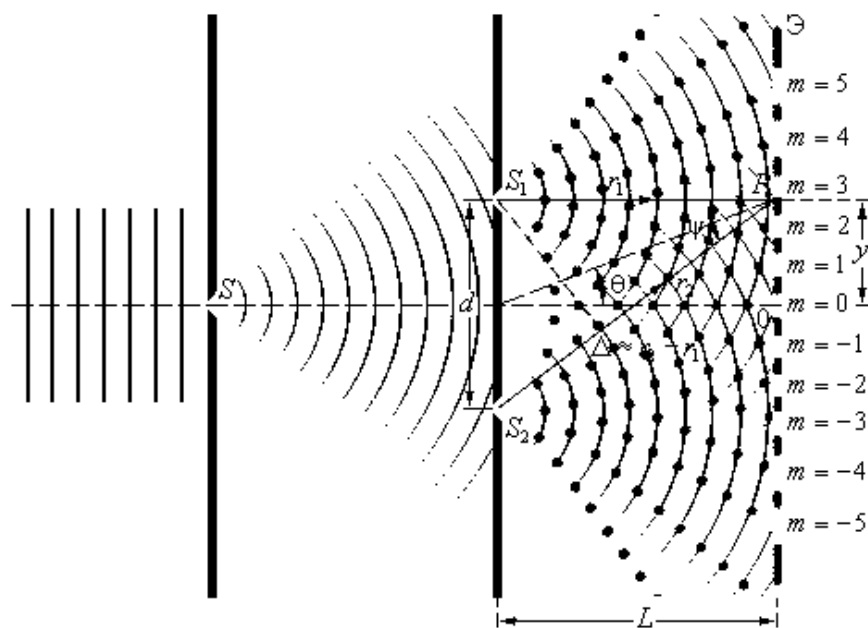


Рисунок 7.13

7.6.2 Дифракція

Дифракцією світла називається явище відхилення світла від прямолінійного напрямку поширення при проходженні поблизу перешкод, до того ж світло може заходити в область геометричної тіні. Найпростіша дифракційна решітка складається з прозорих ділянок (щілин), розділених непрозорими проміжками. На решітку спрямовується паралельний пучок досліджуваного світла (рис. 7.14).

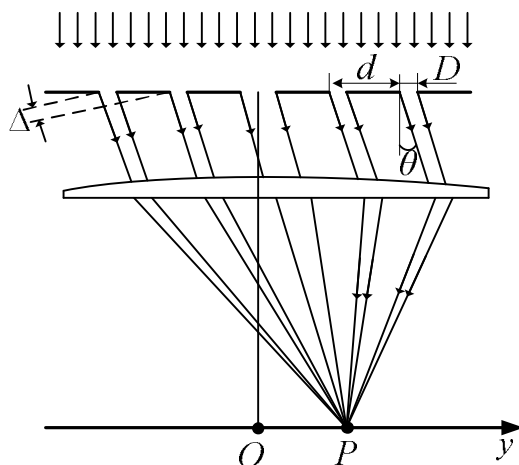


Рисунок 7.14

Коливання в точці P є результатом інтерференції вторинних хвиль, що приходять у цю точку від різних щілин. Для того, щоб у точці P спостерігався інтерференційний максимум, різниця ходу Δ між хвилями, випромінюваними сусідніми щілинами, повинна дорівнювати цілому числу довжин хвиль

$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

7.6.3 Поляризація

Поляризація – явище, при якому коливання світлового вектора відбуваються тільки в одному напрямі, перпендикулярному напрямку поширення. Природне світло не поляризоване.

У дослідах Малюса світло послідовно пропускалося через дві однакові пластинки з турмаліну (прозоре кристалічна речовина зеленого забарвлення). Перша пластинка є поляризатором, друга – аналізатором. Пластинки можна було повертати один відносно одного на кут φ (рис. 7.15).

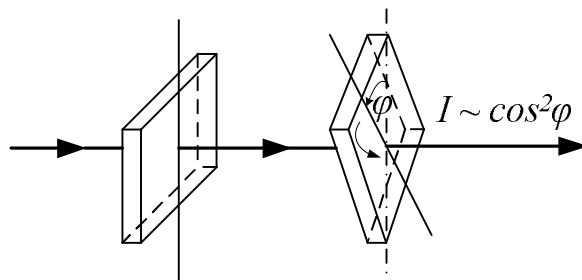


Рисунок 7.15

Інтенсивність поляризованого світла, що пройшло через аналізатор, виявилася прямо пропорційною $\cos^2 \varphi$:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi ,$$

де I_0 – інтенсивність поляризованого світла (закон Малюса).

Розглянемо проходження природного світла послідовно через два ідеальних поляроїда Π_1 і Π_2 (рис. 7.16), дозволені напрями яких повернені один відносно одного на деякий кут φ . Перший поляроїд виконує функцію поляризатора. Він перетворює природне світло в лінійно поляризований. Другий поляроїд служить для аналізу світла, що падає на нього.

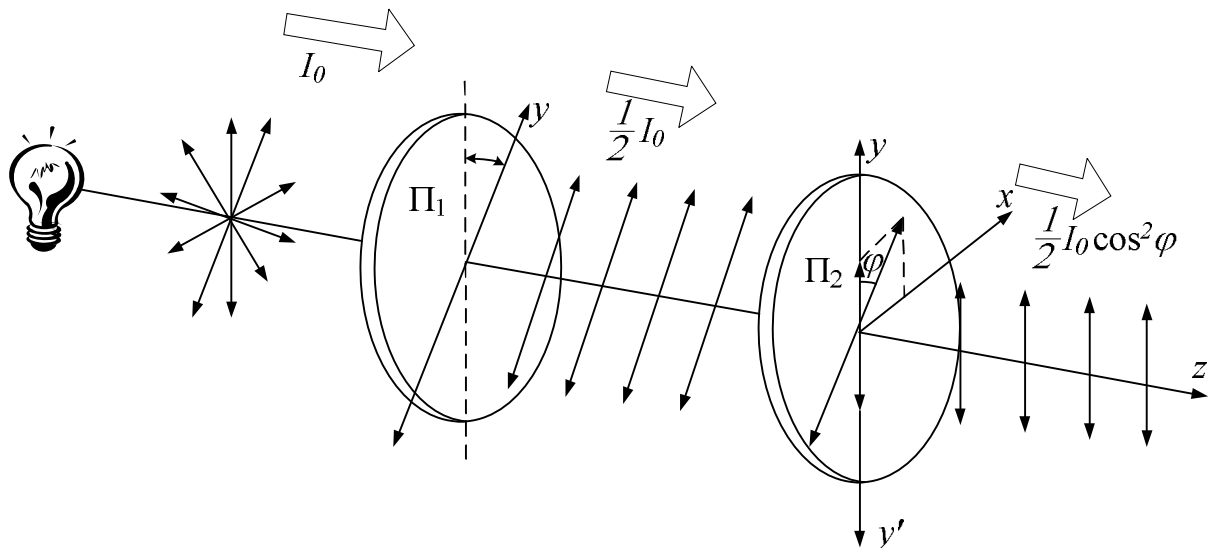


Рисунок 7.16

Хвиля, пропущена другим поляроїдом, матиме амплітуду

$$E = E_0 \cos \varphi .$$

Інтенсивність I лінійно поляризованої хвилі на виході з другого поляроїда:

$$I = E^2 = E_0^2 \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi .$$

Контрольні питання для самоперевірки

1. Чим визначається встановлена частота вимушених електромагнітних коливань?
2. Чому дорівнює різниця фаз між коливаннями заряду на обкладинках конденсатора та силою струму в котушці?
3. Яким виразом визначається період електромагнітних коливань у контурі, що складається з конденсатора ємністю C і котушки індуктивністю L ?
4. Яке явище лежить в основі принципу дії трансформатора?
5. Як зміниться період електромагнітних коливань у контурі LC , якщо електроємність конденсатора збільшити в 4 рази?
6. В яких фазах відбуваються коливання векторів напруженостей електричного та магнітного полів в електромагнітній хвилі?
7. Плоска електромагнітна хвиля поздовжня чи поперечна?

8 АТОМНА ФІЗИКА

8.1 Закони теплового випромінювання

Світло, що випускається джерелом, несе з собою енергію. У тих випадках, коли необхідна енергія передається нагріванням, тобто підведенням тепла, випромінювання називається *тепловим*. Цей різновид випромінювання становить особливий інтерес, оскільки, на відміну від усіх інших різновидів люмінесценції, теплове випромінювання може знаходитися в стані термодинамічної рівноваги з нагрітими тілами.

Якщо в замкнуту порожнину з дзеркально відбивальними стінками помістити декілька тіл, нагрітих до різної температури, то, як доводить дослід, така система з часом приходить у стан теплової рівноваги, за якої усі тіла набувають однакової температури. Тіла обмінюються енергією тільки шляхом випромінювання і поглинання променистої енергії. У стані рівноваги процеси випромінювання і поглинання енергії кожним тілом у середньому компенсують один одного, в просторі між тілами густина енергії випромінювання досягає певного значення, залежного тільки від температури тіл, що встановилася. Це випромінювання, що знаходиться в термодинамічній рівновазі з тілами, які мають певну температуру, називається *рівноважним* або *чорним випромінюванням*. Густина енергії рівноважного випромінювання і його спектральний склад залежать тільки від температури.

Нехай одне з тіл у порожнині має властивість поглинати всю променисту енергію будь-якого спектрального складу, що падає на його поверхню. Таке тіло називають *абсолютно чорним*. За заданої температури власне теплове випромінювання абсолютно чорного тіла, що знаходиться в стані теплової рівноваги з випромінюванням, повинне мати той самий спектральний склад, що й навколишнє рівноважне випромінювання. Інакше рівновага між абсолютно чорним тілом і що оточує його випромінюванням не могло б встановитися. Для встановлення рівноваги в порожнині необхідно, щоб кожне тіло випускало рівно стільки променистої енергії, скільки воно поглинає. Звідси витікає, що за заданої температури абсолютно чорне тіло випускає з поверхні одиничної площі в одиницю часу більше променистої енергії, чим будь-яке інше тіло.

Цілком застосовною моделлю абсолютно чорного тіла є невеликий отвір у замкнутій порожнині. Світло, що падає через отвір усередину порожнини, після численних віддзеркалень буде практично повністю поглинене стінками й зовні отвір здаватиметься абсолютно чорним. Але якщо порожнина нагріта до

певної температури T і всередині встановилася теплова рівновага, то власне випромінювання порожнини, що виходить через отвір, буде випромінюванням абсолютно чорного тіла.

Зі збільшенням температури всередині порожнини зростатиме енергія випромінювання, що виходить з отвору, і змінюватиметься його спектральний склад.

Розподіл енергії по довжинах хвиль у випромінюванні абсолютно чорного тіла за заданої температури T характеризується випромінювальною здатністю $r(\lambda T)$, що дорівнює потужності випромінювання з одиниці поверхні тіла в одиничному інтервалі довжин хвиль. Добуток $r(\lambda T) \cdot \Delta\lambda$ дорівнює потужності випромінювання, що випускається одиничною площиною поверхні по усіх напрямках в інтервалі $\Delta\lambda$ довжин хвиль. Аналогічно можна ввести розподіл енергії по частотах $r(\nu T)$. Функцію r (чи $r(\nu T)$) часто називають **спектральною світністю**, а повний потік $R(T)$ випромінювання всіх довжин хвиль дорівнює

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} r(\nu, T) d\nu$$

Його називають **інтегральною світністю тіла**.

Інтегральна світність $R(T)$ абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню абсолютної температури T :

$$R(T) = \sigma T^4.$$

де $\sigma = 5,671 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Цей закон дістав назву **закону Стефана-Больцмана**.

Зі збільшенням температури максимум зміщується в область коротких довжин хвиль, до того ж добуток температури T на довжину хвилі λ_m , що відповідає максимуму, залишається постійним:

$$\lambda_m T = b \quad \text{або} \quad \lambda_m = b / T.$$

Закон зміщення Вина: довжина хвилі λ_m , на яку припадає максимум енергії випромінювання абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна до абсолютної температури T . Значення постійної Вина таке:

$$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

Процеси випромінювання і поглинання електромагнітної енергії нагрітим тілом відбуваються не безперервно, як це приймала класична фізика, а кінцевими порціями – **квантами**. **Квант** – це мінімальна порція енергії, що випромінюється або поглинається тілом. За **теорією Планка** енергія кванта E прямо пропорційна частоті світла:

$$E = h\nu,$$

де $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. – **постійна Планка**.

На підставі гіпотези про переривчатість процесів випромінювання і поглинання тілами електромагнітного випромінювання Планк отримав формулу для спектральної світності абсолютно чорного тіла.

Формулу Планка зручно записувати у формі, що виражає розподіл енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла по частотах ν , а не по довжинах хвиль λ :

$$r(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

де c – швидкість світла; h – постійна Планка; k – постійна Больцмана; T – абсолютна температура.

8.2 Фотоефект. Рівняння Ейнштейна для фотоефекту

Фотоелектричний ефект полягає у вириванні електронів із речовини під дією світла, що падає на нього.

Схему експериментальної установки для дослідження фотоефекту зображено на рисунку 8.1.

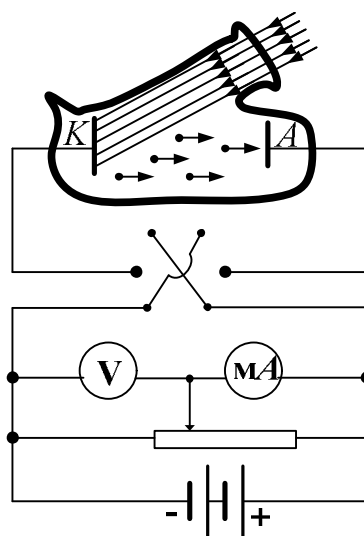


Рисунок 8.1

В експериментах використовували скляний вакуумний балон з двома металевими електродами, поверхня яких була ретельно очищена. До електродів прикладали деяку напругу U , полярність якої можна було змінювати за допомогою подвійного ключа. Один з електродів (катод K) через кварцове віконце освітлювався монохроматичним світлом деякої довжини хвилі λ . При незмінному світловому потоці знімалася залежність сили фотоструму I від прикладеної напруги. На рисунку 8.2 зображено типові криві такої залежності, отримані при двох значеннях інтенсивності світлового потоку, що падає на катод.

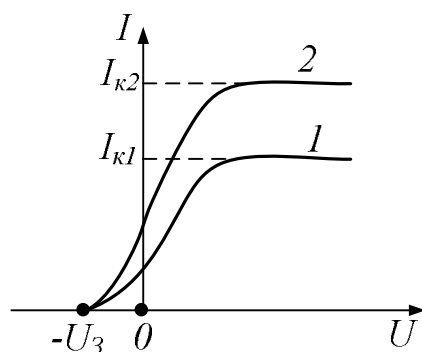


Рисунок 8.2

Криві показують, що при досить великій додатній напрузі на аноді A фотострум досягає насичення, оскільки всі електрони, вирвані світлом із катода, досягають анода. Ретельні виміри довели, що струм насичення I_n прямо пропорційний інтенсивності світла, що падає. Коли напруга на аноді негативна, електричне поле між катодом і анодом гальмує електрони. Анода можуть досягти тільки ті електрони, кінетична енергія яких перевищує $|eU|$. Якщо напруга на аноді менша ніж $-U_z$, фотострум припиняється. Вимірюючи U_z , можна визначити максимальну кінетичну енергію фотоелектронів:

$$\left(\frac{mv^2}{2} \right)_{\max} = eU_z.$$

Головні закономірності фотоефекту:

1. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно зростає зі збільшенням частоти світла ν і не залежить від його інтенсивності.
2. Для кожної речовини існує так звана червона межа фотоефекту, тобто найменша частота ν_{\min} , за якої ще можливий зовнішній фотоефект.

3. Число фотоелектронів, що вириваються світлом із катода за 1 с, прямо пропорційне інтенсивності світла.

4. Фотоефект практично є безінерційним, фотострум виникає миттєво після початку освітлення катода за умови, що частота світла $\nu > \nu_{\min}$.

Світло випромінюється і поглинається певними порціями, до того ж енергія кожної такої порції визначається формулою $E = h\nu$, де h – постійна Планка. Світло має переривчасту (дискретну) структуру. Електромагнітна хвиля складається з окремих порцій – квантів, згодом названих **фотонами**. Під час взаємодії з речовиною фотон цілком передає усю свою енергію $h\nu$ одному електрону. Частина цієї енергії електрон може розсіяти при зіткненнях з атомами речовини. Крім того, частина енергії електрона витрачається на подолання потенціального бар'єру на межі метал-вакуум. Для цього електрон повинен здійснити **роботу виходу** A , залежну від властивостей матеріалу катода. Найбільша кінетична енергія, яку може мати фотоелектрон, що вилетів із катода, визначається законом збереження енергії:

$$\left(\frac{mv^2}{2} \right)_{\max} = eU_s = h\nu - A .$$

Цю формулу прийнято називати **рівнянням Ейнштейна для фотоефекту**.

Закони фотоефекту свідчать, що світло при випусканні і поглинанні поводить подібно до потоку частинок, що дістали назву фотонів або світлових квантів.

8.3 Фізика атома. Дослід Резерфорда. Квантові постулати Бора

Атоми речовини мають складну внутрішню будову. Вони є електрично нейтральними системами, до того ж носіями негативного заряду атомів є легкі електрони, маса яких становить тільки малу долю маси атомів. Найбільша частина маси атомів пов'язана з додатним зарядом.

Резерфорд запропонував застосувати зондування атома за допомогою α -частинок, які виникають у процесі радіоактивного розпаду радію. Маса α -частинок приблизно в 7300 разів більше маси електрона, а додатний заряд дорівнює подвоєному елементарному заряду. У своїх дослідях Резерфорд

використовував α -частини з кінетичною енергією близько 5 MeV (швидкість таких частинок дуже велика – близько 107 м/с, але все таки значно менше швидкості світла). α -частинки – це повністю іонізовані атоми гелію. Цими частинками Резерфорд бомбардував атоми важких елементів (золото, срібло, мідь тощо.). Електрони, що входять до складу атомів, унаслідок малої маси не можуть помітно змінити траєкторію α -частки. Розсіяння, тобто зміна напрямку руху α -частинок, може спричинити тільки важка додатно заряджена частина атома. Схема досвіду Резерфорда наведено на рисунку 8.3.

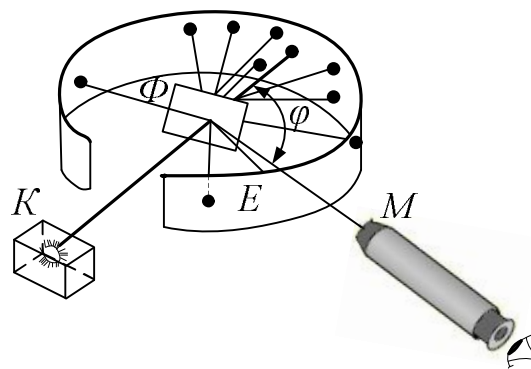


Рисунок 8.3

Від радіоактивного джерела, поміщеного у свинцевий контейнер, α -частинки спрямовувалися на тонку металеву фольгу. Розсіяні частинки потрапляли на екран, покритий шаром кристалів сульфіді цинку, здатних світитися під ударами швидких заряджених частинок. Сцинтиляції (спалахи) на екрані спостерігалися оком за допомогою мікроскопа. Спостереження розсіяних α -частинок у досліді Резерфорда можна було проводити під різними кутами φ до первинного напрямку пучка. Було виявлено, що більшість α -частинок проходять через тонкий шар металу, практично не випробовуюючи відхилення. Проте невелика кількість частинок відхиляється на значні кути, що перевищують 30° . Дуже рідкісні α -частини (приблизно одна на десять тисяч) випробовували відхилення на кути, близькі до 180° .

Цей результат був абсолютно несподіваним навіть для Резерфорда. Його твердження знаходилися в різкому протиріччі з моделлю атома Томсона, згідно з якою додатний заряд розподілений за всім обсягом атома. При такому розподілі додатний заряд не може створити сильне електричне поле, здатне відкинути α -частинки назад. Електричне поле однорідної зарядженої кулі максимальне на його поверхні й убуває до нуля у міру наближення до центру кулі. Якби радіус кулі, в якій зосереджений весь додатний заряд атома, зменшився в n разів, то максимальна сила відштовхування, що діє на α -

частинку, за законом Кулона збільшилась б у n^2 разів. Отже, при досить великому значенні n α -частинки могли б випробувати розсіюння на великі кути аж до 180° . Ці міркування привели Резерфорда до висновку, що атом майже порожній і весь його додатний заряд зосереджений в малому об'ємі. Цю частину атома Резерфорд назвав атомним ядром. Так виникла ядерна модель атома. Рисунок 8.4 ілюструє розсіюння α -частинки в атомі Томсона та в атомі Резерфорда.

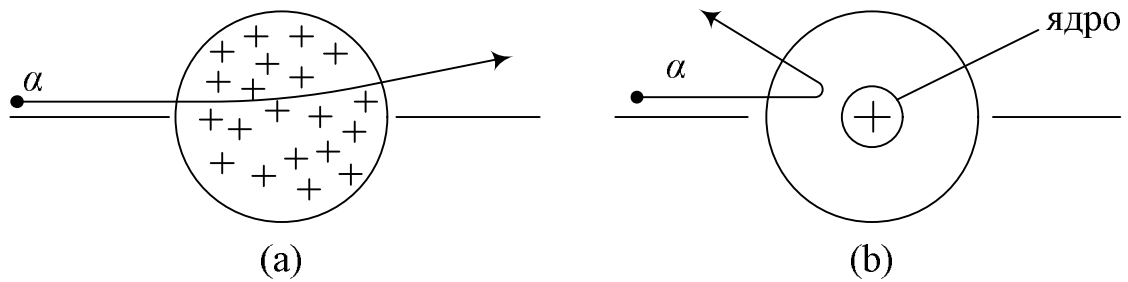


Рисунок 8.4

Отже, досліди Резерфорда призвели до висновку, що в центрі атома знаходиться щільне додатно заряджене ядро, діаметр якого не перевищує 10^{-14} - 10^{-15} м. Це ядро займає тільки 10^{-12} частини повного об'єму атома, але містить увесь додатний заряд і не менше 99,95 % його маси. Речовині, що становить ядро атома, варто було приписати колосальну густину близько $\rho \approx 10^{15}$ г/см³. Заряд ядра має дорівнювати сумарному заряду всіх електронів, що входять до складу атома. Згодом вдалося встановити, що якщо заряд електрона прийняти за одиницю, то заряд ядра в точності дорівнює номеру цього елементу в таблиці Менделєєва.

Спираючись на класичні уявлення про рух мікрочастинок, Резерфорд запропонував **планетарну** модель атома. Згідно з цією моделлю, в центрі атома розташовується додатно заряджене ядро, в якому зосереджена майже вся маса атома. Атом, загалом нейтральний. Навколо ядра, подібно до планет, під дією кулонівських сил із боку ядра обертаються електрони (рис. 8.5). Знаходиться в стані спокою електрони не можуть, оскільки вони впали б на ядро.

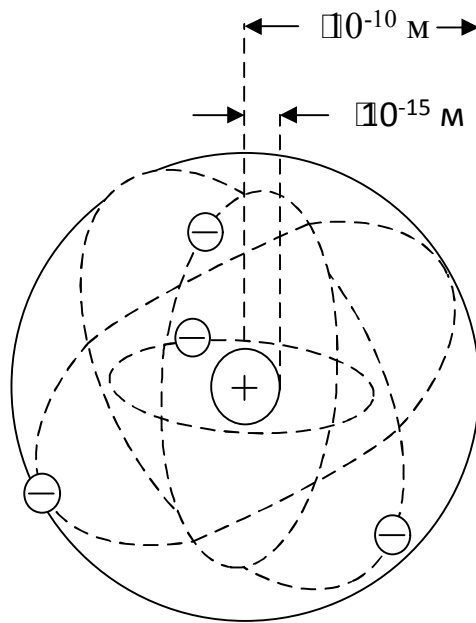


Рисунок 8.5

Наступний крок у розвитку уявлень про облаштування атома зробив видатний данський фізик Н. Бор. Він сформулював постулати, яким повинна задовольняти нова теорія про будову атомів.

Перший постулат Бора (постулат стаціонарних станів) свідчить: атомна система може знаходитися тільки в особливих стаціонарних або квантових станах, кожному з яких відповідає певна енергія E_n . У стаціонарних станах атом не випромінює.

Згідно з першим постулатом Бора, атом характеризується системою енергетичних рівнів, кожен з яких відповідає певному стаціонарному стану (рис. 8.6). Стан з енергією E_1 називається основним станом атома.

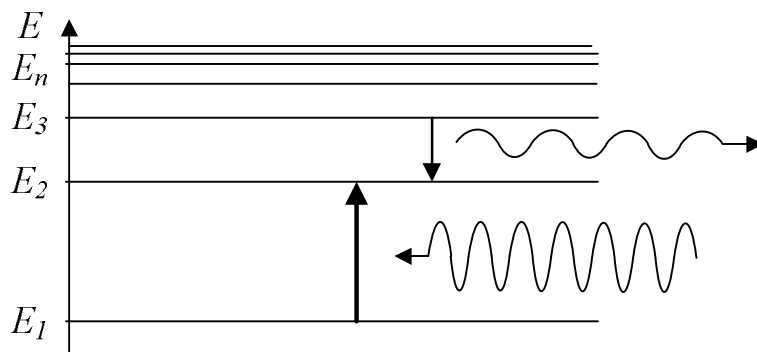


Рисунок 8.6

Другий постулат Бора (правило частот) формулюється так: *під час переходу атома з одного стаціонарного стану з енергією E_n в інший*

стаціонарний стан з енергією E_m випромінюється або поглинається квант, енергія якого дорівнює різниці енергій стаціонарних станів:

$$h\nu_{nm} = E_n - E_m,$$

де h – постійна Планка.

8.4 Склад атомних ядер. Енергія зв'язку ядра. Ядерні реакції

Атомні ядра різних елементів складаються з частинок двох різновидів – **протонів** і **нейтронів**. Перша з цих частинок є атомом водню, з якого видалено єдиний електрон.

За сучасними вимірами, додатний заряд протона в точності дорівнює елементарному заряду $e = 1,60217733 \cdot 10^{-19}$ Кл, тобто дорівнює за модулем негативному заряду електрона. Маса протона становить: $m_p = 1,67262 \cdot 10^{-27}$ кг. Нейтрон – це елементарна частинка. Маса нейтрона така:

$$m_n = 1,67493 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,008665 \text{ а. е. м.}$$

Для характеристики атомних ядер вводиться низка позначень. Число протонів, що входять до складу атомного ядра, означають символом Z і називають зарядовим числом або атомним номером (це порядковий номер у періодичній таблиці Менделєєва). Заряд ядра становить Ze , де e – елементарний заряд. Число нейтронів означають символом N .

Загальне число **нуклонів** (тобто, протонів і нейтронів) називають масовим числом A :

$$A = Z + N.$$

Ядра хімічних елементів означають символом ${}_Z^AX$, де X – хімічний символ елемента, наприклад, ${}_1^1H$ – водень.

Ядра того самого хімічного елемента можуть відрізнятися числом нейтронів. Такі ядра називаються ізотопами. У більшості хімічних елементів є декілька ізотопів. Наприклад, у водню їх три: звичайний водень, дейтерій і тритій.

Найважливішу роль в ядерній фізиці грає поняття **енергії зв'язку** ядра.

Енергія зв'язку ядра дорівнює мінімальній енергії, яку необхідно витратити для повного розщеплювання ядра на окремі частинки. Із закону збереження енергії виходить, що енергія зв'язку дорівнює тій енергії, яка виділяється у процесі утворення ядра з окремих частинок.

Енергію зв'язку будь-якого ядра можна визначити за допомогою точного вимірювання його маси. Ці виміри показують, що маса будь-якого ядра $M_{\text{я}}$ завжди менше суми мас протонів, що входять до його складу, і нейтронів:

$$M_{\text{я}} < Zm_{\text{p}} + Nm_{\text{n}},$$

різниця мас

$$\Delta M = Zm_{\text{p}} + Nm_{\text{n}} - M_{\text{я}}$$

називається **дефектом маси**.

За дефектом маси за допомогою формули Ейнштейна $E = mc^2$ можна визначити енергію, що виділилася під час утворення цього ядра, тобто енергію зв'язку ядра $E_{\text{зв}}$:

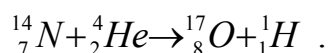
$$E_{\text{зв}} = \Delta Mc^2 = (Zm_{\text{p}} + Nm_{\text{n}} - M_{\text{я}}) c^2.$$

Ця енергія виділяється у процесі утворення ядра у вигляді випромінювання γ -квантів.

Ядерна реакція – це процес взаємодії атомного ядра з іншим ядром або елементарною частинкою, що супроводжується зміною складу і структури ядра та виділенням вторинних частинок або γ -квантів.

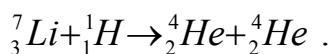
Унаслідок ядерних реакцій можуть утворюватися нові радіоактивні ізотопи, яких немає на Землі в природних умовах.

Перша ядерна реакція була здійснена Е. Резерфордом в дослідях із виявлення протонів в продуктах розпаду ядер. Резерфорд бомбардував атоми азоту α -частинками. При зіткненні частинок відбувалася ядерна реакція, що протікала за такою схемою:



При ядерних реакціях виконується декілька законів збереження: імпульсу, енергії, моменту імпульсу, заряду.

Ядерні реакції можуть протікати при бомбардуванні атомів швидкими зарядженими частками (протони, нейтрони, α -частки, іони). Перша реакція такого роду була здійснена за допомогою протонів великої енергії:



Контрольні питання для самоперевірки

1. Якими є сучасні уявлення про природу світла?
2. У чому полягає зміст поняття «корпускулярно-хвильовий дуалізм»?
3. Як записується енергія фотона?
4. З якою швидкістю поширюються фотони в речовині?
5. Як інтенсивність монохроматичного потоку світла пов'язана з енергією фотона?
6. Який зв'язок між імпульсом і енергією фотона?
7. Як визначається маса фотона?
8. Чому маса спокою фотона не може відрізнитися від нуля?
9. У чому полягає явище фотоефекту та які його основні закони?
10. Чим обумовлена мінімальна енергія, яка викликає фотоефект?
11. Що таке "червона межа" фотоефекту?
12. Що називається стримуючим потенціалом?
13. Чому тиск світла на абсолютно чорної поверхні в 2 рази менше, ніж на дзеркальну?
14. У чому сутність припущення де Бройля? Чи володіють усі об'єкти (Сонце, Земля, автомобіль, електрон) хвильовими властивостями?
15. Які експерименти продемонстрували хвильові властивості електронів?
17. У чому сутність корпускулярно-хвильового дуалізму?
18. У якому з перерахованих явищ позначається хвильова природа електрона: дифракція електронів, термоелектронна емісія, фотоефект, ефект Комптона, вторинна емісія електронів.
19. Сформулюйте постулати Бора.
20. Від чого залежить частота випромінювання атома водню відповідно до теорії Бора?
21. Які стани атома називають збудженими? Чим вони відрізняються від основного стану?

22. Як відповідно до теорії Бора пояснюється збіг спектрів поглинання і спектрів випромінювання парів і газів?
23. Які сучасні уявлення про будову атомів? Викладіть дослідні дані, які підтверджують складну будову атомів.
24. Яке фізичне утримання головного квантового числа?
25. З чого складається атомне ядро, які його головні характеристики?
26. Що таке дефект маси?
27. Які головні особливості ядерних сил?
28. Що таке радіоактивність? Різновиди радіоактивних випромінювань.
29. Напишіть закон радіоактивного розпаду.
30. Що таке період піврозпаду?
31. Що таке активність радіоактивної речовини?
32. Що таке ядерна реакція?

9 ОСНОВИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

9.1 Гіпотеза де-Бройля

Хвильові властивості речовини. У 1924 р. де-Бройль висунув гіпотезу, що двоякість (дуалізм) не є особливістю тільки світла, але має універсальне значення. Він припустив, що частинки речовини одночасно з корпускулярними властивостями мають також хвильові, і переніс на випадок частинок речовини ті самі правила переходу від корпускулярної картини до хвильової, які справедливі для світла. Ці твердження отримали назву гіпотези де-Бройля. Фотон має енергію та імпульс

$$\varepsilon = h\nu, \quad p = h/\lambda.$$

Енергія та імпульс відбивають його корпускулярні властивості, а частота ν і довжина λ – хвильові властивості.

За ідеєю де-Бройля рух будь-якої частинки пов'язаний із поширенням хвилі, довжина якої

$$\lambda = h/p, \quad (9.1)$$

а частота – $\nu = \varepsilon/h$.

Ці хвилі спочатку називали хвилями де-Бройля, а потім вони отримали назву хвилі матерії. Гіпотезу де-Бройля невдовзі було блискуче підтверджено експериментально у досліді з проходження електронного пучка через металеву фольгу (рис. 9.1, а).

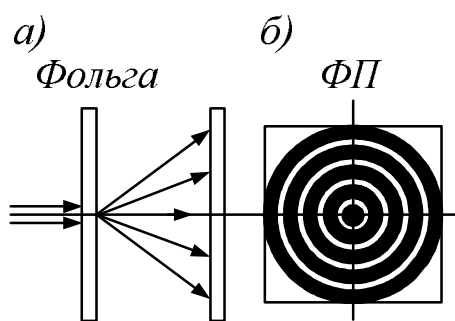


Рисунок 9.1

Прискорений пучок електронів проходить через тонку металеву фольгу й потрапляє на фотопластину (ФП). Електрон при співударі з фотопластиною чинить на неї таку саму дію, як фотон, тобто засвітлює місце попадання. Пучок електронів розсіюється металевою фольгою та дає дифракційну картину, аналогічну до тієї, що спостерігається при падінні на фольгу рентгенівського випромінювання (рис. 9.1, б). У цьому разі дифракційна картина відповідає довжині хвилі

$$\lambda = h / mv,$$

де v – швидкість електронів, тобто збігається з довжиною хвилі де-Бройля з формули (9.1).

Отже матерія двояка, тобто частинки речовини одночасно мають і корпускулярні, і хвильові властивості. Це положення називається принципом двоякості.

9.2 Квантово-механічний опис руху мікрочастинок

Виникла потреба побудувати механіку, яка б враховувала хвильові властивості частинок. Ця механіка спочатку отримала назву хвильової, а потім квантової механіки.

Рівняння Шредінгера. Основним рівнянням квантової механіки є рівняння Шредінгера. Для стаціонарних станів тобто станів, що не змінюються у часі, рівняння Шредінгера має такий вигляд:

$$\Delta\phi + \frac{2m}{h^2}(E - U)\phi = 0 ,$$

де $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ – оператор Лапласа (лапласіан); m – маса частинки; U – потенціальна енергія частинки у силовому полі, в якому вона рухається; E – повна енергія частинки; $\phi(x,y,z)$ – хвильова функція.

Хвильова функція. У квантовій механіці стан частинки описується хвильовою функцією $\phi(x,y,z)$. Фізичний зміст хвильової функції полягає в тому, що квадрат її модуля визначає густину ймовірності знаходження частинки у відповідному місці простору.

Тоді ймовірність dP того, що частинка буде знайдено у межах об'єму dV і визначається такою формулою:

$$dP = |\phi|^2 dV.$$

Співвідношення невизначеностей. Квантова механіка має статистичне значення. Вона не дає змогу визначити місце розташування частинки у просторі або траєкторією, по якій рухається частинка. У застосуванні до мікрочастинок поняття певного місцеположення і траєкторії взагалі відсутні, оскільки рух по певній траєкторії не сумісний із хвильовими властивостями частинок.

Ступінь точності, з якою до частинки можна застосувати уявлення про певне положення її у просторі, дається співвідношенням невизначеностей. Згідно з цим співвідношенням частинка не може одночасно мати точне значення координати й відповідне цій координаті значення імпульсу. Математичне формулювання цього принципу має такий вигляд:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar,$$

де Δx – невизначеність (абсолютна похибка) координати; Δp_x – невизначеність імпульсу вздовж цієї координати.

Із співвідношення невизначеностей випливає, що чим точніше визначена одна з величин (координата або імпульс уздовж цієї координати), тим більшою стає невизначеність (похибка) іншої величини.

Квантування. Відповідно до свого фізичного змісту хвильова функція $\phi(x, y, z)$ повинна бути однозначною, кінцевою та безперервною у всій області визначення x, y, z . Рівняння Шредінгера має рішення, яке задовольняє цим умовам, не при будь-яких значеннях енергії E , а тільки при певних визначених значеннях. Отже, енергія частинки у заданому силовому полі є квантованою, тобто змінюється не безперервно, а дискретно квантами (порціями) енергії з певним для даного силового поля (яке описується потенціальною енергією U) законом квантування. Крім енергії частинки, є квантованими також інші її характеристики (момент імпульсу тощо).

9.3 Атом водню

Енергія атома. В атомі водню потенціальна енергія

$$U = -Ze^2/r,$$

де e – заряд електрона; r – відстань електрона від ядра; Z – ціле число.

Якщо $Z = 1$ – це атом водню, а при $Z \neq 1$ – воднеподібний атом, тобто атом будь-якого елемента, в якому відщеплені всі електрони, крім одного.

Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів воднеподібного атому

$$\Delta\phi + 2m(E + Ze^2/r)\phi/\hbar^2 = 0$$

має розв'язок у таких випадках:

1) при будь-яких додатних значеннях енергії електрона E . Цей випадок відповідає електрону, що пролітає поблизу ядра та йде знову на нескінченність (рис. 9.2) ;

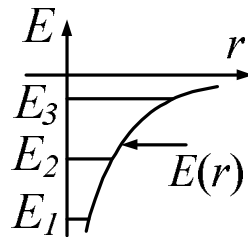


Рисунок 9.2

2) при дискретних від'ємних значеннях. Цей випадок відповідає електрону, що знаходиться у межах атому. Енергія електрона у цьому разі визначається такою формулою:

$$E_n = -\frac{me^4 z^2}{2\hbar^2 n^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Квантові числа. Хвильові функції $\phi_{n,l,m}$, що відповідають значенням енергії E_n , містять такі цілочисельні параметри:

1) n – головне квантове число, яке приймає цілочисельні значення $n = 1, 2, 3, \dots$;

2) l – азимутальне квантове число, яке при заданому головному числі n приймає цілочисельні значення $l = 0, 1, 2, 3, \dots, n - 1$ – всього n значень;

3) m – магнітне квантове число, яке при заданому азимутальному числі l приймає цілочисельні значення $m = -l, \dots, 0, \dots, +l$ – всього $2l + 1$ значень.

Отже, кожному значенню енергії E_n відповідає декілька хвильових функцій $\phi_{n,l,m}$, що відрізняються квантовими числами l і m . Стани з однаковою енергією називаються виродженими. Кратність виродження дорівнює

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2 .$$

Азимутальне квантове число l визначає орбітальний, тобто пов'язаний з рухом по орбіті навколо ядра, момент імпульсу електрона в атомі. Закон квантування моменту імпульсу електрона $M_e = \hbar \sqrt{l(l+1)}$.

Магнітне квантове число m визначає проекцію орбітального моменту імпульсу на вектор \vec{B} магнітного поля. Закон квантування $M_B = m\hbar$.

Отже, орбітальний момент імпульсу електрона в атомі та його проекція на напрямок магнітного поля, як і енергія, є квантовими числами, тобто змінюються дискретно кожна відповідно до свого закону квантування.

У атомній фізиці стан електрона в атомі з різними значеннями азимутального квантового числа прийнято позначати літерами:

- $l=0$ – s -стан;
- $l=1$ – p -стан;
- $l=2$ – d -стан;
- $l=3$ – f -стан.

Потім g , h і далі за латинською абеткою. Наприклад, якщо стан електрона $3p$, то це означає, що $n = 3$, $l = 1$.

Переходи електронів за енергетичним спектром. Схему рівнів енергії (енергетичний спектр) зручно зобразити у вигляді, що подано на рисунку 9.3.

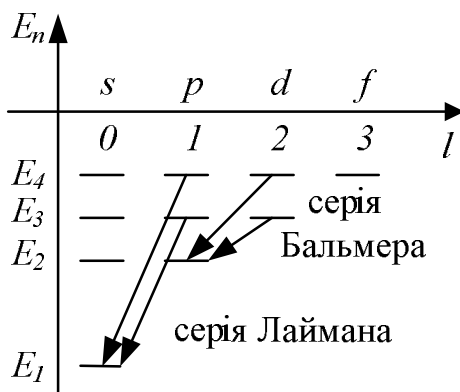


Рисунок 9.3

Випромінювання і поглинання енергії атомом водню відбувається при переходах електрона із стану з одним значенням енергії E_n у стан з іншим значенням енергії (коротко кажучи, при переходах електрона з одного енергетичного рівня на інший).

Можливі тільки такі переходи, для яких азимутальне квантове число l змінюється на одиницю:

$$\Delta l = \pm 1. \quad (9.2)$$

Умова (9.2) називається правилом відбору та є наслідком закону збереження моменту імпульсу при випромінюванні і поглинанні фотона.

Сpektри випромінювання і поглинання. Переходи $np \rightarrow 1s$ ($n=2,3,\dots$) утворюють серію ліній випромінювання, яка називається серією Лаймана. Переходи електрона $ns \rightarrow 2p$, $nd \rightarrow 2p$, $np \rightarrow 2s$ ($n = 3,4,\dots$) утворюють серію ліній випромінювання, яка називається серією Бальмера. Стан $1s$ – стан із мінімальною енергією – називається основним станом.

Атом поглинає (і випромінює) тільки ті фотони, енергія яких точно відповідає різниці енергії двох його рівнів. Спектр поглинання (з основного стану) $1s \rightarrow np$ ($n = 2,3,\dots$).

9.4 Багатоелектронні атоми

В атомах, що містять декілька електронів, кожний з електронів рухається в усередненому полі ядра й решти електронів. Енергетичні рівні електрона в такому центрально-симетричному полі залежать не тільки від головного квантового числа n , але й від азимутального l , а відповідні їм хвильові функції від трьох квантових чисел

$$E = E_{nl}, \quad \phi = \phi_{nlm},$$

тобто в цьому разі знімається виродження за азимутальним квантовим числом l .

Момент імпульсу атома загалом складається з моментів імпульсу електронів, що входять до складу атома. Додавання моментів імпульсу здійснюється за квантовими законами

$$M_{l1} + M_{l2} = M_L,$$

де $M_{l1} = \hbar\sqrt{l_1(l_1+1)}$; $M_{l2} = \hbar\sqrt{l_2(l_2+1)}$ – моменти імпульсів, що додаються, l_1 , l_2 – їхні азимутальні квантові числа.

У цьому разі результуючий момент імпульсу

$$M_L = \hbar \sqrt{L(L+1)},$$

де $L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|$ – азимутальне квантове число результуючого моменту імпульсу. Отже, результуючий момент імпульсу може набувати $2l_2 + 1$ або $2l_1 + 1$ (потрібно взяти менше з l_i) різних значень.

Переходи в енергетичній схемі рівнів атома підкоряються такому правилу відбору: можливі тільки такі переходи, при яких момент імпульсу атома змінюється на одиницю $\Delta L = \pm 1$.

9.5 Спін електрона

Якщо атоми, що випромінюють світло, помістити у магнітне поле, то лінії випромінювання в спектрі випромінювання цього атома розщеплюються на декілька окремих ліній – мультиплет. Для пояснення мультиплетної структури спектрів у 1925 р. було висунуто гіпотезу про те, що електрон має власний момент імпульсу M_s , не пов'язаний із рухом електрона по орбіті. Цей власний момент імпульсу електрона було названо спіном. Спін потрібно вважати внутрішньою властивістю, яка притаманна електрону, подібно до того, як йому притаманні заряд і маса.

Величина власного моменту імпульсу мікрочастинки визначається квантовим числом s

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}.$$

Для електрона $S = 1/2$; $M_s = \hbar \sqrt{3} / 2$.

Проекція спіну на напрямок вектора індукції \vec{B} магнітного поля

$$M_{s_B} = m_s \hbar,$$

де спінове квантове число електрона $M_s = \pm s = \pm 1/2$.

Повний момент імпульсу M_j електрона в атомі складається з орбітального M_e і спінового M_s :

$$M_j = M_e + M_s,$$

де $M_j = \hbar \sqrt{j(j+1)}$.

У цьому разі квантове число j , що визначає повний момент імпульсу електрона при $l \neq 0$, приймає два значення

$$j = l + 1/2, |l - 1/2|,$$

а при $l = 0$ тільки одне значення $j = s = 1/2$.

З механічними моментами пов'язані магнітні моменти, які взаємодіють один з одним подібно до того, як взаємодіють два контури із струмом. Енергія цієї взаємодії (яка називається спін-орбітальною взаємодією) залежить від взаємної орієнтації орбітального та спінового моментів. Отже, стани з різними квантовими числами j повинні мати різні енергії, і тому лінії випромінювання розщеплюються на мультиплети.

9.6 Розподіл електронів в атомі за енергетичними рівнями

Отже, стан електрона в атомі характеризується такими чотирма квантовими числами:

- 1) головне $n = 1, 2, 3 \dots$ (будь-яке ціле);
- 2) азимутальне $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ – всього n значень;
- 3) магнітне $m_l = -l, \dots, 0, \dots, +l$ – всього $2l + 1$ значень;
- 4) спінове $m_s = \pm 1/2$ – лише два значення.

Енергія стану зазвичай визначається квантовими числами n і l . Крім того, спостерігається слабка залежність від m_l і m_s .

Заселення енергетичних рівнів, тобто розподіл електронів за станами з різними значеннями енергії, підкоряється таким двом принципам:

1. Принцип Паулі. У тому самому атомі не може бути двох електронів, що мають однакову сукупність чотирьох квантових чисел n, l, m_l, m_s .

2. Принцип мінімуму енергії. У незбудженому стані атома електрони повинні розташовуватися на найнижчих низьких досяжних для них енергетичних рівнях.

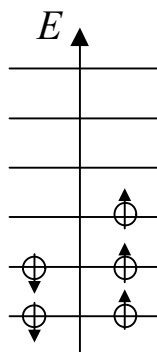


Рисунок 9.4

На рисунку 9.4 наведено заселеність енергетичних рівнів літію ($Z = 5$) у незбудженому стані (тобто з мінімумом енергії), такий стан атома має назву основного стану. Рівні розв'язані (тобто відрізняються) за квантовими числами n , l , m_l . Тоді на кожному рівні (тобто у стані зі заданою енергією) знаходиться по два електрони з протилежно орієнтованими спінами, оскільки спінове квантове число приймає тільки два значення $m_s = \pm 1/2$. Сукупність електронів атома, що мають однакові квантові числа n і l , утворює оболонку. Кількість електронів у оболонці $N_{об} = 2(2l + 1)$. Сукупність оболонок з однаковими головними квантовими числами n утворює шар. Кількість електронів в шарі $N_{ш} = 2n^2$.

Розподіл електронів за оболонками й шарами. Цей розподіл, а також позначення шарів наведено у таблиці 9.1.

З таблиці 9.1 видно, що елементи із зарядовим числом $Z = 2$ (He) і $Z = 10$ (Ne) мають повністю заповнені шари (K – шар для He; K і L – шари для Ne). Тому їхні хімічні властивості подібні й обидва вони належать до однієї групи періодичної системи (групи інертних газів). Елементи із зарядовим числом $Z = 3$ (Li) має повністю заповнений K -шар й один електрон у $2s$ стані. Елемент з $Z = 11$ (Na) має повністю заповнені K і L шари і один електрон у $3s$ стані. Електрон $2S$ для Li і $3S$ для Na пов'язані з ядром слабше за інших і є валентними. У зв'язку з цим хімічні властивості Na і Li подібні й вони знаходяться в одній групі періодичних систем.

Таблиця 9.1 – Розподіл електронів за оболонками й шарами

n	Кількість електронів у шарі	Умовна позначка шару	Кількість електронів у оболонці				
			$s(l = 0)$	$p(l = 1)$	$d(l = 2)$	$f(l = 3)$	$g(l = 4)$
1	2	K	2	–	–	–	–
2	8	L	2	6	–	–	–
3	18	M	2	6	10	–	–
4	32	N	2	6	10	14	–
5	50	O	2	6	10	14	18

Отже, за допомогою таблиці 9.1 усі хімічні елементи можна розташувати за групами періодичної системи елементів.

9.7 Головні різновиди міжатомного зв'язку молекул

Сили, що утримують атоми в молекулі, обумовлені взаємодією зовнішніх електронів атомів. Електрони внутрішніх оболонок при об'єднанні атомів у молекулу залишаються у попередніх станах. Розрізняють два різновиди зв'язку атомів в молекулах:

1. Гомеополарний (або ковалентний) зв'язок. Він здійснюється в тих молекулах, в яких частина електронів рухається навколо обох ядер. Цей зв'язок утворюється парами електронів з протилежно орієнтованими спінами (рис. 9.5).

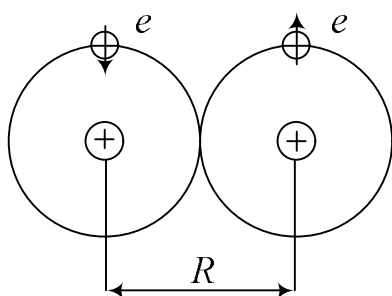


Рисунок 9.5

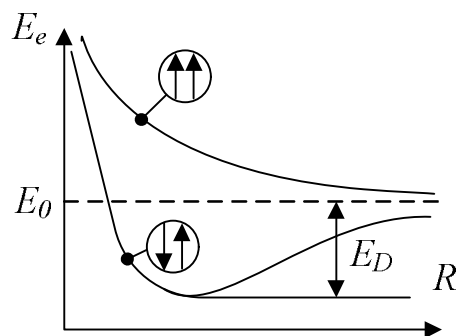


Рисунок 9.6

Та обставина, що утворення молекули можливе тільки при наближенні атомів з антипаралельними спінами, пояснюється тим, що електронна енергія E_e , тобто енергія електронної конфігурації, залежить від відстані R між ядрами атомів у молекулі, до того ж у випадках паралельної і антипаралельної орієнтації спінів значення цієї залежності істотно різне. На рисунку 9.6 наведено такі залежності для молекул водню (H_2).

Тільки при антипаралельній орієнтації спінів атомів у цієї залежності є мінімум і, отже, можливе утворення молекули, бо стійким станом є стан із мінімумом енергії. Граничне значення енергії E_0 при $R \rightarrow \infty$, для обох кривих на рисунку 9.6 однакове й дорівнює сумі енергії ізолюваних атомів. Величина E_D – енергія зв'язку молекули. Вона дорівнює енергії, яку потрібно надати молекулі, щоб викликати її розподіл на атоми.

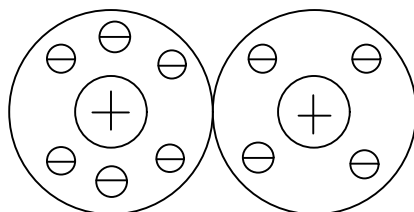


Рисунок 9.7

2. Гетерополярний (або іонний) зв'язок. Він спостерігається, коли електрони в молекулі можна розділити на дві групи, кожна з яких весь час знаходиться коло одного з ядер. Електрони розподіляються так, що навколо одного з ядер утворюється надлишок електронів, а навколо іншого – їхня нестача (рис. 9.7). Отже, молекула мовби складається з двох іонів протилежних знаків, які притягуються один до одного. Прикладами молекул з гетерополярним зв'язком є молекули NaCl, HCl тощо.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Гіпотеза де Бройля. Які властивості мають частинки речовини поряд із корпускулярними?
2. Яким дослідом було підтверджено гіпотезу де Бройля?
3. Чим квантова механіка відрізняється від класичної?
4. Якою функцією описується стан мікрочастинки в квантовій механіці?
5. Чим визначається хвильова функція?
6. Фізичний зміст хвильової функції.
7. Сформулюйте співвідношення невизначеностей.
8. Що означає квантованість енергії частинки?
9. Як називаються стани з однаковою енергією?
10. Які значення може мати головне квантове число?
11. Яку фізичну величину визначає головне квантове число?
12. Яку фізичну величину визначає азимутальне квантове число?
13. Скільки значень набуває азимутальне квантове число при заданому головному квантовому числі n ?
14. Яку фізичну величину визначає магнітне квантове число?
15. Скільки значень набуває магнітне квантове число при заданому азимутальному квантовому числі l ?
16. Які величини, що характеризують стан електрона в атомі, є квантованими?
17. Чому дорівнює азимутальне квантове число l для s - стану?
18. Чому дорівнює азимутальне квантове число l для p - стану?
19. Чому дорівнює азимутальне квантове число l для d - стану?
20. Чому дорівнює азимутальне квантове число l для f - стану?
21. Законом збереження якої величини є правило відбору?
22. Що таке радіуси електронних орбіт?
23. Що таке спин електрона?
24. Сформулюйте принцип Паулі.
25. Сформулюйте принцип мінімуму енергії.
26. Скільки існує різновидів зв'язку атомів у молекулах?
27. Як утворюється ковалентний зв'язок атомів у молекулах?
28. Як утворюється іонний зв'язок атомів у молекулах?

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Савельев И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев. – М .: Наука, Т. 1–3, 1989. – 1294 с.
2. Орел Є. С. Конспект лекцій з курсу «Фізика» (для студентів 1 курсу денної форми навчання бакалаврів за напрямом 6.060101 – Будівництво) / Є. С. Орел. – Харків : ХНУМГ, 2014. – 90 с.
3. Назаренко Є. І. Фізика. Конспект лекцій (для студентів 1-го курсу денної та 1–2 курсів заочної форм навчання бакалаврів за напрямками 6.040106 – Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансування природокористування, 6.060103 – Гідротехніка (водні ресурси)) / Є. І. Назаренко, Є. С. Орел. – Харків : ХНУМГ, 2014. – 103 с.
4. Назаренко Є. І. Фізика. Конспект лекцій (для студентів 1-го курсу денної форми та 1–2 курсів заочної форми навчання бакалаврів за напрямками 6.170202 – Охорона праці, 6.070101 – Транспортні технології (за видами транспорту), 6.060101 – Будівництво, 6.060103 – Гідротехніка (водні ресурси), 6.040106 – Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування, 6.080101 – Геодезія, картографія та землеустрій, 6.050201 – Системна інженерія, 6.090103 – Лісове і садово-паркове господарство) / Є. І. Назаренко, Є. С. Орел. – Харків : ХНУМГ, 2015. – 93 с.
5. Конспект лекцій з курсу «Загальна фізика». Частина 1. (для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання за напрямками підготовки бакалаврів 6.050701 – Електротехніка та електротехнології, 6.050702 – Електромеханіка) / О. М. Петченко, А. С. Сисоєв, Є. І. Назаренко, Є. С. Орел. – Харків : ХНУМГ, 2015. – 150 с.
6. Орел Є. С. Математичний вступ до курсу фізики : методичні вказівки до самостійної роботи студентів з курсу «Загальна фізика» (для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання за напрямками підготовки бакалаврів 6.050701 – Електротехніка та електротехнології, 6.050702 Електромеханіка) / Є. С. Орел. – Харків:ХНУМГ, 2015. – 46 с.
7. Орел Є. С. Курс дистанційного навчання з навчальних дисциплін «Фізика» та «Загальна фізика» для студентів 1–2 курсів денної і заочної форм навчання, бакалаврів за напрямками: 6.040106 – Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування, 6.050701 – Електротехніка та електротехнологія, 6.050702 – Електромеханіка, 6.060101 – Будівництво, 6.060103 – Гідротехніка (водні ресурси), 6.070101 – Транспортні технології, 6.080101 – Геодезія, картографія та землеустрій) [Електронний ресурс] / Є. С. Орел. – Харків : ХНУМГ, 2012. – Режим доступу: <http://cdo.kname.edu.ua/course/view.php?id=416>.

8. Безуглий А. В. Методичні вказівки до самостійної роботи з вивчення курсу «Загальна фізика» (для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання підготовки бакалаврів за всіма напрямками) / А. В. Безуглий, Є. С. Орел. – Харків : ХНУМГ, 2016. – 11 с.

9. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з курсу «Загальна фізика». Розділ «Молекулярна фізика і термодинаміка » (для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання за напрямками підготовки бакалаврів 6.050701 – Електротехніка та електротехнології, 6.050702 – Електромеханіка) / О. М. Петченко, Г. О. Петченко, Є. І. Назаренко, Є. С. Орел. – Харків : ХНУМГ, 2015. – 35 с.

10. Савельев И. В. Курс общей физики : в 3 т. / И. В. Савельев. – Москва : Наука, 1989. – Т. 1–3. – 1294 с.

11. Яворский Б. М. Справочник по физике : [справочник для инженеров и студентов вузов] / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – Москва : Наука, 1974. – 942 с.

12. Открытая Физика 2.6 : ч. I, II. [Электронный ресурс]. – ФИЗИКОН, 1993–2017 – Режим доступа : <http://www.physicon.ru>

ДОДАТКИ

Додаток А

ВЕКТОРИ

А.1 Поняття вектора

Вектори зображуються у просторі або на площині орієнтованим відрізком (стрілкою). На рисунку А.1 зображено вектор \vec{A} та його координати-проекції на осі координат x, y, z : A_x, A_y, A_z .

Вектор повністю визначений завданням своїх проекцій, так що можна записати: $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$. Радіус-вектор \vec{r} має координати x, y, z : $\vec{r} = (x, y, z)$. Модуль (довжина) вектора \vec{A} позначається $|\vec{A}|$ або A (без стрілки) і дорівнює

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} . \quad (\text{A.1})$$

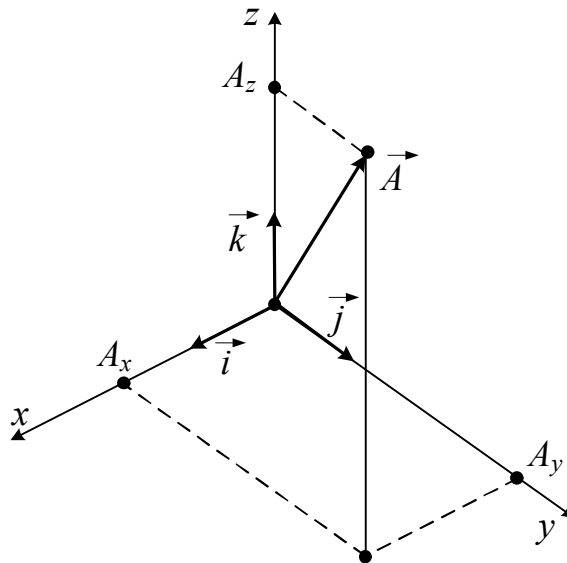


Рисунок А.1

Якщо одна із проекцій дорівнює нулю, то вектор лежить у площині. Наприклад, якщо $A_x = 0$, то вектор лежить у площині Y, Z . Вектор $\vec{A} = 0$, якщо $A_x = A_y = A_z = 0$, тобто при $|\vec{A}| = 0$.

Вектор не змінюється при паралельному перенесенні.

А.2 Додавання векторів

Сумою двох векторів \vec{A} і \vec{B} називається вектор $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ (рис. А.2), в якого проєкції на осі дорівнюють сумі відповідних проєкцій доданків: $C_x = A_x + B_x$; $C_y = A_y + B_y$; $C_z = A_z + B_z$ (рис. А.3). Геометрично знайти суму двох векторів можна двома способами: за допомогою правила паралелограма (рис. А.2) або якщо сполучити початок одного (наприклад \vec{B}) з кінцем іншого і побудувати вектор \vec{C} , що з'єднує початок вектора \vec{A} з кінцем вектора \vec{B} (рис. А.3). Другий спосіб зручніший, коли число доданків більше двох. На рисунку А.4 зображено суму чотирьох векторів: $\vec{C} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3 + \vec{A}_4$.

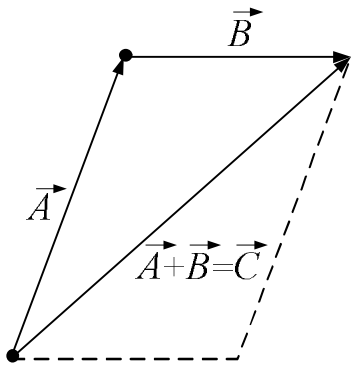


Рисунок А.2

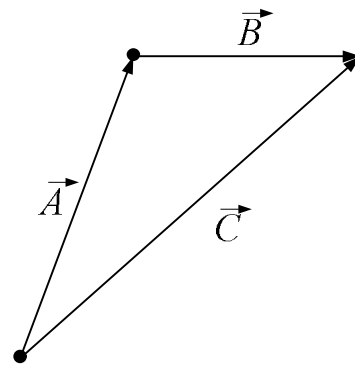


Рисунок А.3

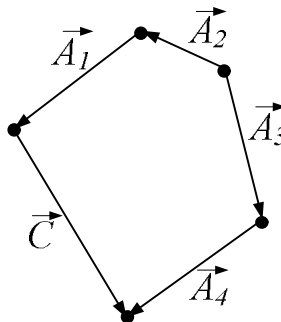


Рисунок А.4

А.3 Скалярний добуток векторів

Скалярний добуток двох векторів \vec{A} і \vec{B} позначається так: $\vec{A} \cdot \vec{B}$. Кратка між векторами іноді не ставиться. Скалярний добуток – це число (скаляр), яке дорівнює

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \alpha, \quad (\text{A.4})$$

де α – кут між векторами \vec{A} і \vec{B} .

За допомогою проєкцій на осі скалярний добуток записується так:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z. \quad (\text{A.5})$$

Як видно з формули (А.4), скалярний добуток максимальний і дорівнює AB , коли кут $\alpha = 0$, тобто вектори \vec{A} і \vec{B} паралельні. Скалярний добуток дорівнює нулю, якщо вектори \vec{A} і \vec{B} ортогональні (кут $\alpha = 90^\circ$), або один із векторів дорівнює нулю.

Фізичний зміст скалярного добутка

Якщо вектор $\vec{S} = \overrightarrow{OS}$ (рис. А.5) зображує переміщення матеріальної точки, а вектор $\vec{F} = \overrightarrow{OF}$ силу, що діє на цю точку, то скалярний добуток $\vec{F} \cdot \vec{S}$ чисельно дорівнює роботі сили \vec{F} .

Дійсно, роботу виконує тільки компонента сили $\overrightarrow{OF'}$. Виходить, робота з абсолютного значення дорівнює добутку довжин векторів \vec{S} і $\overrightarrow{OF'}$.

У цьому разі вона вважається додатною, якщо вектори $\overrightarrow{OF'}$ і \vec{S} є рівноскерованими, і від'ємною в іншому разі. Отже, робота дорівнює модулю вектора \vec{S} , помноженому на алгебраїчну проєкцію вектора \vec{F} за напрямом вектора \vec{S} , тобто робота A дорівнює скалярному добутку $A = \vec{F} \cdot \vec{S}$.

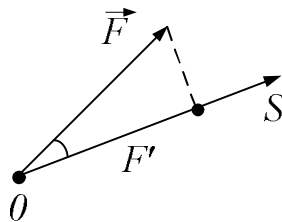


Рисунок А.5

А.4 Векторний добуток векторів

Векторний добуток двох векторів позначається так: $\vec{A} \times \vec{B}$. Іноді можна зустріти інше позначення: $[\vec{A}, \vec{B}]$. Векторний добуток двох векторів – вектор. Модуль (довжина) цього вектора визначається так:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \alpha, \quad (\text{A.5})$$

де α – кут між векторами \vec{A} та \vec{B} .

Напрямок цього вектора визначається за правилом правого гвинта (свердлика). Якщо обертати свердлик у напрямі від першого співмножника до другого за найкоротшим кутом, то поступальний його рух вкаже напрям векторного добутку $\vec{A} \times \vec{B}$ (рис. А.6). Векторний добуток векторів \vec{A} і \vec{B} ортогональний площині, в якій лежать вектори \vec{A} і \vec{B} , отже, ортогональний як вектору \vec{A} , так і вектору \vec{B} .

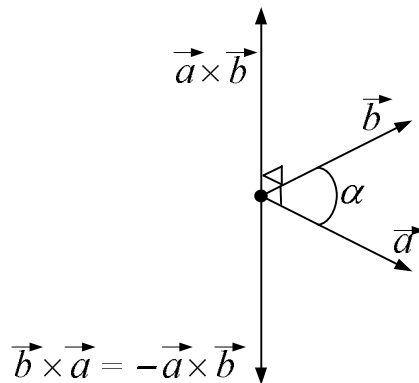


Рисунок А.6

Відзначимо, що векторний добуток, на відміну від скалярного, залежить від порядку співмножників: при зміні порядку співмножників воно змінює знак:

$$\vec{B} \times \vec{A} = - \vec{A} \times \vec{B}. \quad (\text{A.6})$$

Модуль векторного добутку максимальний, коли вектори ортогональні ($\alpha = 90^\circ$).

Векторний добуток паралельних (антипаралельних) векторів дорівнює нулю ($\alpha = 0$ або $\alpha = 180^\circ$).

А.5 Змішаний добуток трьох векторів

Змішаним добутком трьох векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ називається скалярний добуток вектора \vec{c} на векторний добуток векторів \vec{a} і \vec{b} : $\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ (рис. А.6). Змішаний добуток за абсолютною величиною дорівнює об'єму паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ (рис. А.8). Коли вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ортогональні, змішаний добуток максимальний і дорівнює abc .

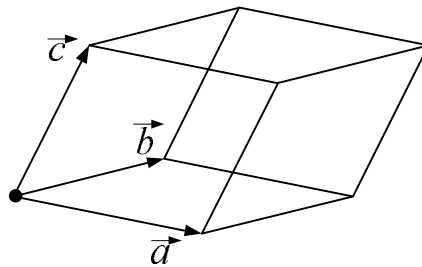


Рисунок А.7

Змішаний добуток дорівнює нулю, якщо два з векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ паралельні, або всі вектори лежать в одній площині, або один із векторів дорівнює нулю.

Додаток Б

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ

Б.1 Похідна й диференціал функції однієї змінної

Нехай y є функція однієї змінної x : $y = f(x)$. Похідна позначається так: $\frac{dy}{dx}$

або коротше – y' . Похідну за часом t позначають часто так: \dot{y} ($\dot{y} = \frac{dy}{dt}$)

Визначення похідної таке:

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}, \quad (\text{Б.1})$$

де Δx – приріст аргументу, тобто різниця кінцевого x_1 і початкового x_0 значення аргументу ($\Delta x = x_1 - x_0$), $\Delta y = y(x_1) - y(x_0)$ приріст функції. Отже, похідна функції – це межа відносин приріст функції до приріст її аргументу, коли приріст аргументу прямує до нуля. Надалі, якщо це не оговорено, будемо вважати, що границя у формулі (Б.1), тобто похідна в розглянутій точці існує. При малих приростах похідну можна приблизно обчислювати так:

$$y' \cong \frac{\Delta y}{\Delta x}. \quad (\text{Б.2})$$

Співвідношення (Б.2) тим точніше, чим менше приріст Δx , Δy . Зі співвідношень (Б.1), (Б.2) зрозумілий зміст похідної: вона визначає швидкість зміни функції.

Формулу (Б.2) можна використати для приблизного визначення похідної за графіком функції (рис. Б.1). Якщо по осях відкладені безрозмірні величини, то, як видно з рисунка Б.1,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha \cong y'. \quad (\text{Б.3})$$

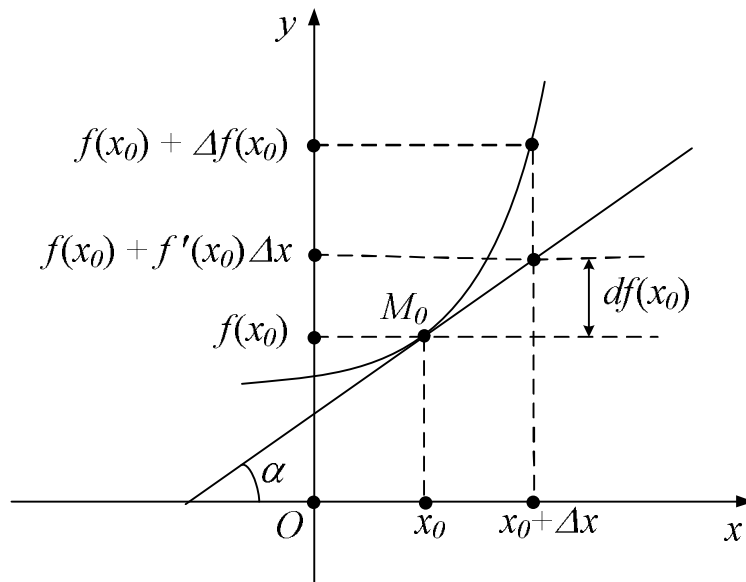


Рисунок Б.1

Отже, похідна в певній точці дорівнює кутовому коефіцієнту $\operatorname{tg} \alpha$ дотичної, проведеної до графіка функції в цій точці. При малих приростах Δx й Δy дотична майже збігається з хордою, проведеною через початкову й кінцеву точки. Якщо по осях відкладаються розмірні величини, то для одержання похідної потрібно кутовий коефіцієнт помножити на відношення масштабів за осями Y та X . Наприклад, якщо по осі X відкладена напруга U , а по осі Y струм J , то

$$\frac{dJ}{dU} = \frac{m_J}{m_U} \operatorname{tg} \alpha ,$$

де m_J – масштаб струму по осі Y ; m_U – масштаб напруги по осі X .

З формули (Б.2) випливає наближена рівність для збільшення функції:

$$\Delta y \cong y' \Delta x . \quad (\text{Б.4})$$

Права частина цієї рівності називається диференціалом dy функції $y = f(x)$:

$$dy = y' \Delta x . \quad (\text{Б.5})$$

Отже, диференціал функції однієї змінної – це частина приросту функції, пропорційна приросту її аргументу.

Для незалежної змінної диференціал збігається з приростом: $dx = \Delta x$.

Співвідношення $\Delta y \cong dy = y' dx$ виконується тим точніше, чим менше приріст $\Delta x = dx$. У фізиці часто малі величини називають елементарними. Елементарний приріст функції практично збігається з її диференціалом: $\Delta y \cong dy$. Звичайно, елементарними, тобто досить малими можуть бути й величини, які не є приростами. Наприклад, елементарна робота загалом не є елементарним приростом, тобто диференціалом якої-небудь величини.

У таблиці Б.1 наведено для довідок похідні деяких функцій, які найчастіше використовуються в курсі фізики.

Таблиця Б.1 – Похідні деяких функцій

Функція	Похідна	Функція	Похідна
С (постійна)	0	$\sin x$	$\cos x$
x	1	$\cos x$	$-\sin x$
x^n	nx^{n-1}	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
e^x	e^x	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
a^x	$a^x \ln a$	$\lg x$	$\frac{1}{x} \lg e \approx \frac{0,4343}{x}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\log_a x$	$\frac{1}{x} \log_a e = \frac{1}{x \ln a}$

Б.2 Наближене обчислення функцій

Для наближеного обчислення функції можна скористатися формулою (Б.4). Якщо зважати на те, що $\Delta y = y(x_1) - y(x_0)$, то виходить

$$y(x_1) \cong y(x_0) + y'(x_0)\Delta x. \quad (\text{Б.6})$$

Формула (Б.6) може бути уточнена так:

$$y(x_1) \cong y(x_0) + y'(x_0)\Delta x + \frac{1}{2}y''(x_0)(\Delta x)^2 + \dots. \quad (\text{Б.7})$$

Подальші доданки у формулі (Б.7) містять члени $(\Delta x)^3$, $(\Delta x)^4$ тощо. Якщо Δx мале, то члени $(\Delta x)^2$, $(\Delta x)^3$ тощо, будуть ще в багато разів меншими. Наприклад, якщо $\Delta x = 0,1$, то $(\Delta x)^2 = 0,01$, $(\Delta x)^3 = 0,001$ тощо. Тому коли Δx – мала величина, можна в першому наближенні скористатися найпростішою формулою (Б.6). Результат буде тим точнішим, чим менший Δx .

Розглянемо $y = (1+x)^n$ – біном Ньютона. Тут $x_0 = 1$, $x_1 = 1 + x$, $\Delta x = x$; $y(x_0) = 1$; $y'(x_0) = n$. З формули (Б.6) знаходимо:

$$(1+x)^n \cong 1 + nx. \quad (\text{Б.8})$$

Формула (Б.8) доцільна для будь-яких, а не тільки для цілих значень n . Наприклад, при

$$n = \frac{1}{2} \text{ маємо } \sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x; \text{ при } n = -1 \text{ маємо } \frac{1}{1+x} \cong 1 - x.$$

Бувають випадки, коли застосування наближеної формули дає змогу отримати точніший результат, ніж на калькуляторі з більшим числом розрядів.

Наприклад, при обчисленні виразу $10^{12}[\sqrt{1+2 \cdot 10^{-12}} - 1]$ на звичайному калькуляторі отримаємо нуль з точністю до восьми знаків, а за допомогою наближеної формули (Б.8) одержимо точнішу відповідь – одиницю (з точністю дванадцять знаків після коми).

Б.3 Похідні й диференціал функції багатьох змінних

Функція багатьох змінних може змінюватися внаслідок зміни кожної змінної. Наприклад, функція трьох змінних $u = f(x, y, z)$ буде змінюватися при зміні кожної змінної x, y, z . Якщо x, y, z – координати точки в просторі, то функцію часто записують коротше: $u = f(\vec{r})$, де \vec{r} – радіус-вектор.

Якщо зафіксувати всі змінні, окрім однієї, то функція багатьох змінних перетвориться у функцію однієї змінної й до неї застосоване все наведене вище. Наприклад, якщо зафіксувати змінні y, z , тобто покласти $y = \text{const}, z = \text{const}$, то функція $u = f(x, y, z)$ перетвориться у функцію тільки змінної x .

Похідна функції, в якій зафіксовані всі змінні окрім однієї, називається часткою похідної. Наприклад, окрема похідна функції $u = f(x, y, z)$ по змінній x

(позначається $\frac{\partial u}{\partial x}$) обчислюється за умови: $y = \text{const}, z = \text{const}$. Геометрично

часткова похідна $\frac{\partial u}{\partial x}$ визначає швидкість зміни функції в напрямі осі X .

Аналогічно, $\frac{\partial u}{\partial y}$ і $\frac{\partial u}{\partial z}$ визначають швидкість зміни функції вздовж осей Y та Z .

Відповідно до формул (Б.4) і (Б.5) величини $\frac{\partial u}{\partial x} dx, \frac{\partial u}{\partial y} dy$ і $\frac{\partial u}{\partial z} dz$ визначають елементарні збільшення (часткові диференціали) функції $u = f(x, y, z)$ унаслідок зміни кожної змінної (координати) x, y, z . Загалом, коли змінюються всі змінні, повний диференціал (сумарне збільшення функції) дорівнюватиме сумі окремих диференціалів:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz . \quad (\text{Б.9})$$

Б.4 Градієнт скалярної функції

Із зіставлення формул (Б.9) і (1.5) видно, що повний диференціал du є скалярний добуток вектора $d\vec{r} = (dx, dy, dz)$ і вектора з координатами

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} \right).$$

Цей вектор називається градієнтом функції $u = f(x, y, z)$ і позначається $\text{grad } u$. Отже, координати градієнта в декартовій системі

$$\text{grad } u = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k} \right), \quad (\text{Б.10})$$

де \vec{i} , \vec{j} та \vec{k} – одиничні орти вздовж осей x, y, z .

Можливе також компактніше позначення градієнта: $\vec{\nabla} u$. Символ $\vec{\nabla}$ читається як «набла». $\vec{\nabla}$ – векторний диференціальний оператор Гамільтона:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}.$$

Таким чином, повний диференціал можна записати як скалярний добуток векторів градієнта $\vec{\nabla} u$ і диференціала радіуса-вектора $d\vec{r}$

$$du = \vec{\nabla} u \cdot d\vec{r}. \quad (\text{Б.11})$$

Повний диференціал du буде максимальний, коли елементарне переміщення $d\vec{r}$ паралельно градієнту $\vec{\nabla} u$ (див. п. 1.3). У цьому разі з

формули (Б.11) випливає таке: $du = \frac{|\vec{\nabla} u|}{|d\vec{r}|}$. Якщо позначити модуль

елементарного переміщення в напрямі, паралельному градієнту, через dr_0 , то зі

співвідношення $du = \frac{|\vec{\nabla} u|}{|dr_0|}$ маємо таке:

$$|\vec{\nabla} u| = \frac{du}{dr_0}. \quad (\text{Б.12})$$

Фізичний зміст градієнта функції

Із формул (Б.11) і (Б.12) випливає фізичний зміст градієнта. Градієнт – це вектор, напрям якого вказує на напрям найшвидшого зростання функції, а модуль дорівнює похідній функції в цьому напрямі. Відзначимо також, що під час руху в напрямі, перпендикулярному до градієнта функції, тобто

при $d\vec{r} \perp \nabla \varphi$, приріст (диференціал) функції дорівнює нулю, тобто функція залишається сталою.

Геометричне місце точок, в яких функція набуває певного фіксованого значення, утворює у тривимірному випадку поверхню, а на площині – лінію однакового рівня: $\varphi = C$.

Сукупності значень константи C відповідає сімейство поверхонь або ліній рівня. Наприклад, якщо функція φ – потенціал, то отримаємо сімейство екіпотенціальних (з однаковим потенціалом) поверхонь; якщо функція φ – висота над рівнем моря, то на топографічній карті вийде сімейство ліній однакової висоти.

Проведемо лінії градієнта так, щоб у кожній точці напрям лінії збігався з напрямом градієнта (вектор градієнта повинен бути дотичним до лінії).

Зі сказаного вище зрозуміло, що сімейство ліній градієнта є ортогональним до сімейства екіпотенціальних поверхонь. Зокрема, якщо функція φ – потенціал, то лінії градієнта (точніше, «мінус градієнта») – лінії напруженості електричного поля, які можна вважати також силовими лініями. На рисунку Б.2 для прикладу наведено картину ліній напруженості (суцільні лінії) і екіпотенціальних ліній (пунктирні лінії) точкового електричного заряду (рис. Б.2).

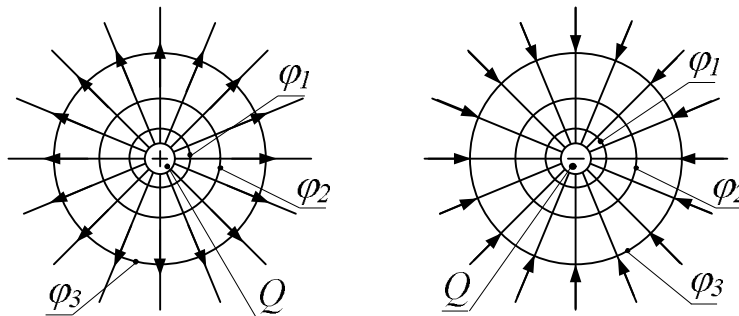


Рисунок Б.2

Геометрична картина екіпотенціальних поверхонь і ліній градієнта не тільки дає наочне уявлення про функції $\varphi = f(\vec{r})$, але й дає змогу приблизно визначити градієнт функції. Модуль градієнта визначається з формули (Б.12), в якій $d\varphi$ замінено на $\Delta\varphi$ – різниця значень функції на двох сусідніх екіпотенціальних поверхнях (або лініях), dr_0 на Δr_0 – відстань між сусідніми поверхнями (або лініями):

$$|\vec{\nabla} \varphi| \cong \frac{\Delta \varphi}{\Delta r_0}. \quad (\text{Б.13})$$

Додаток В

ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ

3.1 Невизначений інтеграл

Функція $F(x)$ називається первісною для функції $f(x)$, якщо її похідна дорівнює $f(x)$, тобто $F'(x) = f(x)$. Первісні тієї самої функції $f(x)$ можуть відрізнятися на постійну величину, оскільки похідна від константи дорівнює нулю. Тому в цій функції $f(x)$ є безліч первісних відмінних одна від одної на постійну величину. Ця безліч усіх первісних називається невизначеним інтегралом:

$$\int f(x)dx = F(x) + C, \quad (\text{В.1})$$

де $f(x)$ – яка-небудь первісна; C – довільна стала. З формули (В.1) зрозуміло, що обчислення невизначеного інтеграла є дія, зворотна диференціюванню, тобто для її виконання досить знайти яку-небудь функцію $F(x)$, щоб її похідна $F'(x)$ дорівнювала підінтегральній функції $f(x)$.

Зі співвідношення $\frac{dF}{dx} = f(x)$ випливає

$$dF = f(x)dx. \quad (\text{В.2})$$

У таблиці В.1 наведено невизначені інтеграли деяких функцій, які найчастіше використовуються в курсі фізики.

Таблиця В.1 – Невизначені інтеграли деяких функцій

Степенева функція	Тригонометричні функції
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} (n \neq -1)$	$\int \sin x dx = -\cos x, \int \cos x dx = \sin x$
Показникова функція	$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x, \int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x$
$\int e^x dx = e^x, \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x, \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x$

В.2 Визначений інтеграл

Визначений інтеграл виражається через первісні функції формулою Ньютона–Лейбніца:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) . \quad (\text{В.3})$$

Оскільки у правій частині формули (В.3) стоїть різниця первісних, то від вибору константи в первісній певний інтеграл не залежать: однакові константи в $F(a)$ і $F(b)$ знищуються при вирахуванні.

З'ясуємо геометричний зміст визначеного інтеграла (рис. В.1). Величина dF , виражена формулою (В.2), дорівнює площі вузької смужки шириною dx і висотою $f(x)$. Ширина смужки dx настільки мала, що значення функції $f(x)$ у межах цієї площини можна вважати однаковими.

Інтеграл $\int_a^b f(x)dx$ є границею суми площ таких смужок, коли ширина кожної смужки dx прагне до нуля, а число смужок на площині від a до b прагне до нескінченності. Унаслідок виходить площа під кривою $f(x)$, обмежена віссю абсцис і лініями $x=a$, $x=b$. Цю площу на рисунку В.1 заштриховано.

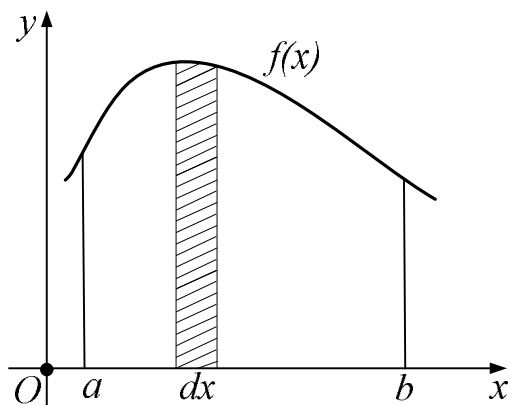


Рисунок В.1

Якщо елементарні величини не є елементарними приростам, то вони позначаються символом δ . В цьому разі формулою (В.2) і формулою Ньютона–Лейбніца (В.3) користуватися не можна, але визначений інтеграл все ж таки має зміст. Наприклад, елементарна робота δA не є диференціалом, але робота за певний час у певному процесі може бути обчислена за допомогою інтеграла, тобто як сума елементарних робіт.

Додаток Г

ДОВІДНИКОВІ ТАБЛИЦІ

Таблиця Г.1 – Префікси для частинних одиниць

Десятковий множник	Поставка		Позначення		Приклад
	укр.	міжнародна	укр.	міжнародна	
10^{-1}	деци	deci	д	d	дм - дециметр
10^{-2}	санти	centi	с	c	см - сантиметр
10^{-3}	мілі	milli	м	m	мН - міліньютон
10^{-6}	мікро	micro	мк	μ	мкм - мікромметр, мікрон
10^{-9}	нано	nano	н	n	нм - наномметр
10^{-12}	піко	pico	п	p	пФ - пікофарад
10^{-15}	фемто	femto	ф	f	фс - фемтосекунда
10^{-18}	ато	atto	а	a	ас - атосекунда
10^{-21}	зепто	zepto	з	z	зКл - зептокулон

Таблиця Г.2 – Префікси для кратних одиниць

Десятковий множник	Поставка		Позначення		Приклад
	укр.	міжнародна	укр.	міжнародна	
10^1	дека	deca	да	da	дал - декалітр
10^2	гекто	hecto	г	h	гПа - гектопаскаль
10^3	кіло	kilo	к	k	кН - кілоньютон
10^6	мега	Mega	М	M	МПа - мегапаскаль
10^9	гіга	Giga	Г	G	ГГц - гігагерц
10^{12}	тера	Tera	Т	T	ТВ - теравольт
10^{15}	пета	Peta	П	P	Пфлос - петафлос
10^{18}	екса	Exa	Э	E	ЕБ - ексабайт
10^{21}	зета	Zetta	З	Z	ЗеВ - зетаелектронвольт

Таблиця Г.3 – Головні фізичні величини

Назва фізичної величини	Значення фізичної величини
Швидкість світла у вакуумі	$c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с.
Гравітаційна постійна	$G = 6,672 \cdot 10^{-11}$ Н·м ² /кг ²
Постійна Авогадро	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Універсальна газова стала	$R = 8,314$ Дж/моль·К
Постійна Больцмана	$k = 1,380 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Атомна одиниця маси	1 а. о. м. = $1,660 \cdot 10^{-27}$ кг
Об'єм моля ідеального газу за нормальних умов ($T_n = 273,15$ К = 0°C, $p_n = 1$ атм = $1,013 \cdot 10^5$ Па)	$V_0 = 2,241 \cdot 10^{-2}$ м ³ /моль
Нормальний атмосферний тиск	$p_n = 101\,325$ Па
Прискорення вільного падіння	$g = 9,80665$ м/с ²
Елементарний заряд (заряд електрона)	$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Постійна Фарадея	$F = N_A e = 9,648 \cdot 10^4$ Кл/моль
Маса електрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31}$ кг
Питомий заряд електрона	$e / m_e = 1,759 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Маса протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27}$ кг
Маса нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27}$ кг
Енергія спокою електрона	$m_e c^2 = 0,5110034$ МеВ
Енергія спокою протона	$m_p c^2 = 938,2796$ МеВ
Енергія спокою нейтрона	$m_n c^2 = 939,5731$ МеВ
Постійна Стефана – Больцмана	$\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8}$ Вт/м ² ·К ⁴
Постійна Віна	$b = \lambda_{\max} T = 2,89782 \cdot 10^{-3}$ м·К.
Постійна Ридберга	$R_\infty = \mu_0^2 m_e^3 e^4 / (8h^3) = 1,097373143 \cdot 10^7$ м ⁻¹
Постійна Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с $\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Електрична постійна	$\epsilon_0 = 0,885 \cdot 10^{-11}$ Ф/м
Магнітна постійна	$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
Радіус Бора	$r_B = 0,529 \cdot 10^{-10}$ м
Класичний радіус електрона	$r_e = 2,82 \cdot 10^{-15}$ м
Енергія, що відповідає 1 а. о. м.	$E = 931,5016$ МеВ
Електрон-вольт	1 еВ = $1,602 \cdot 10^{-19}$ Дж
Температура, що відповідає 1 еВ	$T = 11606$ К
Маса атома водню ¹ H	$m_H = 1,07825036$ а. о. м.
Маса атома гелію - 4 ⁴ He	$m_{He} = 4,002603267$ а. о. м.

Таблиця Г.4 – Фізичні величини та їхні одиниці в СІ

Головні одиниці				
Назва величини	Одиниця			
	Назва	Позначення		Визначення
		міжн.	укр.	
1	2	3	4	5
Довжина	Метр	М	м	Метр дорівнює відстані, яку проходить у вакуумі плоска електромагнітна хвиля за 1/299 792 458 частку секунди
Маса	Кілограм	kg	кг	Кілограм дорівнює масі міжнародного прототипу кілограма
Час	Секунда	S	с	Секунда дорівнює 9 192 631 770 періодів випромінювання, відповідного переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезію-133
Сила електричного струму	Ампер	A	A	Ампер дорівнює силі незмінного струму, який при проходженні по двом паралельним прямолінійним провідникам нескінченної довжини та мізерно малою площею кругового поперечного перерізу, розташованим у вакуумі на відстані 1 м один від одного, викликає би на кожній ділянці провідника довжиною 1 м силу взаємодії, що дорівнює $2 \cdot 10^{-7}$ Н
Термодинамічна температура	Кельвін	K	K	Кельвін дорівнює 1 / 273,16 частини термодинамічної температури потрійної точки води
Кількість речовини	Моль	mol	моль	Моль дорівнює кількості речовини системи, що містить стільки структурних елементів, скільки міститься атомів у вуглеці-12 масою 0,012 кг.
Сила світла	Кандела	cd	кд	Кандела дорівнює силі світла в заданому напрямі джерела, що випускає монохроматичне випромінювання частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла якого в цьому напрямі становить 1/683 Вт / ср
Додаткові одиниці				
Плоский кут	Радіан	rad	рад	Радіан дорівнює куту між двома радіусами кола, довжина дуги між якими дорівнює радіусу
Телесний кут	Стерадіан	sr	ср	Стерадіан дорівнює тілесному куту з вершиною в центрі сфери, який вирізає на поверхні сфери площу, що дорівнює площі квадрата зі стороною, яка дорівнює радіусу сфери

Продовження таблиці Г.4

1	2	3	4	5
Похідні одиниці простору і часу				
Назва величини	Одиниця			
	Назва	Позначення		Визначення
		міжн.	укр.	
Площа	Квадратний метр	m ²	м ²	Квадратний метр дорівнює площі квадрата зі сторонами, довжини яких дорівнюють 1 м
Об'єм	Кубічний метр	m ³	м ³	Кубічний метр дорівнює обсягу куба з ребрами, довжини яких дорівнюють 1 м
Швидкість	Метр за секунду	m/s	м/с	Метр за секунду дорівнює швидкості прямолінійного та рівномірного руху точки, при якій точка за час 1 с переміщується на відстань 1 м
Прискорення	Метр за секунду в квадраті	m/s ²	м/с ²	Метр за секунду в квадраті дорівнює прискоренню прямолінійно й рівноприскореному руху точки, при якому за час 1 с швидкість точки зростає на 1 м / с
Кутова швидкість	Радіан за секунду	rad/s	рад/с	Радіан за секунду дорівнює кутовій швидкості рівномірно обертового тіла, при якій за час 1 с відбувається поворот тіла відносно осі обертання на кут 1 рад
Період	Секунда	s	с	
Частота періодичного процесу	Герц	Hz	Гц	Герц дорівнює частоті періодичного процесу, при якій за час 1 с відбувається один цикл періодичного процесу
Похідні одиниці теплових величин				
Температура Цельсія	Градус Цельсія	°C	°C	За розміром градус Цельсія дорівнює кельвіну
Кількість теплоти	Джоуль	J	Дж	Джоуль дорівнює кількості теплоти, еквівалентному роботі 1 Дж
Теплоємність	Джоуль на кельвін	J/K	Дж/К	Джоуль на кельвін дорівнює теплоємності системи, температура якої підвищується на 1 К при підведенні до системи кількості теплоти 1 Дж
Питома теплоємність	Джоуль на кілограм-кельвін	J/(kg·K)	Дж/(кг·К)	Джоуль на кілограм-кельвін дорівнює питомій теплоємності речовини, що має при масі 1 кг теплоємність 1 Дж / К
Молярна маса	Кілограм на моль	kg/mol	кг/моль	Кілограм на моль дорівнює молярної маси речовини, що має при кількості речовини 1 моль масу 1 кг

Продовження таблиці Г.4

1	2	3	4	5
Похідні одиниці механічних величин				
Назва величини	Одиниця			
	Назва	Позначення		Визначення
		міжн.	укр.	
Густина	Кілограм на кубічний метр	kg/m ³	кг/м ³	Кілограм на кубічний метр дорівнює щільності однорідної речовини, маса якої при обсязі 1 м ³ дорівнює 1 кг
Імпульс (кількість руху)	Кілограм-метр за секунду	kg·m/s	кг·м/с	Кілограм-метр в секунду дорівнює імпульсу (кількості руху) тіла масою 1 кг, що рухається зі швидкістю 1 м / с
Сила	Ньютон	N	Н	Ньютон дорівнює силі, що надає тілу масою 1 кг прискорення 1 м / с ² у напрямку дії сили
Момент сили, момент пари сил	Ньютон-метр	N·m	Н·м	Ньютон-метр дорівнює моменту сили, що створюється силою 1 Н відносно точки, розташованої на відстані 1 м від лінії дії сили
Імпульс сили	Ньютон-секунда	N·s	Н·с	Ньютон-секунда дорівнює імпульсу сили, що створюється силою 1 Н, що діє в продовж часу 1 с
Тиск, напруга (механічна)	Паскаль	Pa	Па	Паскаль дорівнює тиску (механічної напруги), що викликається силою 1 Н, рівномірно розподіленим по нормальній до неї поверхні площею 1 м ²
Робота, енергія	Джоуль	J	Дж	Джоуль дорівнює роботі, яку здійснюють при переміщенні точки прикладання сили 1 Н на відстань 1 м у напрям дії сили
Потужність	Ват	W	Вт	Ват дорівнює потужності, при якій відбувається робота 1 Дж за час 1 с
Поверхневий натяг	Ньютон на метр	N/m	Н/м	Ньютон на метр дорівнює поверхневій напрузі, створеною силою 1 Н, прикладеною до ділянки контуру вільної поверхні довжиною 1 м і діючої нормально до контуру і по дотичній до поверхні

Закінчення таблиці Г.4

1	2	3	4	5
Похідні одиниці електричних і магнітних величин				
Назва величини	Одиниця			
	Назва	Позначення		Визначення
		міжн.	укр.	
Електричний заряд	Кулон	С	Кл	Кулон дорівнює кількості електрики, що проходить через поперечний переріз при струмі силою 1 А за час 1 с
Напруженість електричного поля	Вольт на метр	V/m	В/м	Вольт на метр дорівнює напруженості однорідного електричного поля, при якій між двома точками, що знаходяться на лінії напруженості поля на відстані 1 м, створюється різниця потенціалів 1 В
Електрична напруга, потенціал; різниця потенціалів; ЕРС	Вольт	V	В	Вольт дорівнює електричній нарузі на ділянці електричного кола, при якому в ділянці проходить постійний струм силою 1 А і витрачається потужність 1 Вт
Електрична ємність	Фарад	F	Ф	Фарад дорівнює електричній ємності конденсатора, при якій заряд 1 Кл створює на конденсаторі напругу 1 В
Магнітна індукція	Тесла	T	Тл	Тесла дорівнює магнітній індукції, при якій магнітний потік крізь поперечний переріз площею 1 м ² дорівнює 1 Вб
Магнітний потік	Вебер	Wb	Вб	Вебер дорівнює магнітному потоку, при убуванні якого до нуля в зчепленому з ним електричному колі опором 1 Ом через поперечний переріз провідника проходить кількість електрики 1 Кл
Індуктивність	Генрі	H	Гн	Генрі дорівнює індуктивності електричного кола, з якої при силі постійного струму в ній 1 А зчіплюється магнітний потік 1 Вб
Електричний опір	Ом	Ω	Ом	Ом дорівнює електричному опору ділянки електричного кола, при якому постійний струм силою 1 А спричиняє падіння напруги 1 В
Питомий електричний опір	Ом-метр	$\Omega \cdot m$	Ом·м	Омметр дорівнює питомому опору речовини, при якому ділянка, виконана з цієї речовини, електричного кола довжиною 1 м і площею поперечного перерізу 1 м ² має опір 1 Ом

Навчальне видання

ОРЕЛ Євгеній Станіславович,
БЕЗУГЛИЙ Анатолій Васильович,
ПЕТЧЕНКО Олександр Матвійович,
НАЗАРЕНКО Євгеній Іванович

КУРС ФІЗИКИ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Відповідальний за випуск *Є. С. Орел*

Редактор *В. І. Шалда*

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

Дизайн обкладинки *Т. А. Лазуренко*

Підп. до друку 28.04.2017. Формат 60×84/16
Друк на ризографі Ум. друк. арк. 5,5
Тираж 50 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.